

1. はじめに

超音波を利用して材料内に存在する欠陥を精度よく検出(超音波探傷)しようとするとき、欠陥により散乱される弾性波の散乱特性を把握しておくことが、まず重要となる。本報告では、探触子に係わる諸問題については触れないことにして、最も基本的な三次元弾性体中に存在する欠陥、ここでは球形 inclusion とした、による弾性波の後方散乱(back-scattered field)と前方散乱(forward-scattered field)の一特性について考察する。なお、欠陥形状は一般には球形でないことを考慮し、波動解析法としては積分方程式法を選ぶ。

2. Inclusion 問題の解法

弾性母体に対する積分方程式は次のように書ける。

$$\mathbf{H}\mathbf{u} = \mathbf{G}\mathbf{t} + \mathbf{u}^I \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{H}$ と $\mathbf{G}$ は、それぞれ、二重層、一重層マトリックスであり、 $\mathbf{u}^I$ は入射波である。また、 $\mathbf{u}$ と $\mathbf{t}$ は境界上の変位と表面力である。Inclusion 部分に対する積分方程式は次のようになる。

$$\bar{\mathbf{H}}\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{G}}\bar{\mathbf{t}} \quad (2)$$

ここに、諸量に付したバーはinclusion 関係量であることを示す。

さて、母体とinclusion 界面における連続条件は次のようである。

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}}, \quad \mathbf{t} + \bar{\mathbf{t}} = \mathbf{0} \quad (3)$$

式(1)と(2)、それぞれに $\mathbf{G}^{-1}$ と $\bar{\mathbf{G}}^{-1}$ を作用させて次式を得る。

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{t} + \mathbf{f}^I \quad (4)$$

$$\bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{u}} = \bar{\mathbf{t}} \quad (5)$$

ここに

$$\mathbf{K} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{H} \quad (6a)$$

$$\bar{\mathbf{K}} = \bar{\mathbf{G}}^{-1}\bar{\mathbf{H}} \quad (6b)$$

$$\mathbf{f}^I = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{u}^I \quad (6c)$$

ここで、式(4)と(5)の左右両辺を加え合わせて、条件(3)を用いると次式を得る。

$$(\mathbf{K} + \bar{\mathbf{K}})\mathbf{u} = \mathbf{f}^I \quad (7)$$

上式を、与えられた入射波 $\mathbf{u}^I$ について解いて、inclusion 界面上の変位 $\mathbf{u}$ を得る。界面上の表面力 $\mathbf{t}$ は式(3)と(5)より、また、母体内の変位 $\mathbf{u}$ はもとの積分表現より求まる。このとき、本報で問題となる母体内の散乱場 $\mathbf{u}^S$ は次のように決まる。

$$\mathbf{u}^S = \mathbf{u} - \mathbf{u}^I \quad (8)$$

なお、本解析で用いた3次元基本解は次のようである。

$$\mathbf{U}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \frac{1}{4\pi\mu} \left[\frac{e^{ik_T r}}{r} \mathbf{1} + \frac{1}{k_T^2} \nabla \nabla \left(\frac{e^{ik_T r}}{r} - \frac{e^{ik_L r}}{r} \right) \right] \quad (9)$$

ここに、 k_L と k_T は、それぞれ縦波と横波の波数、 r は距離 $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$ である。

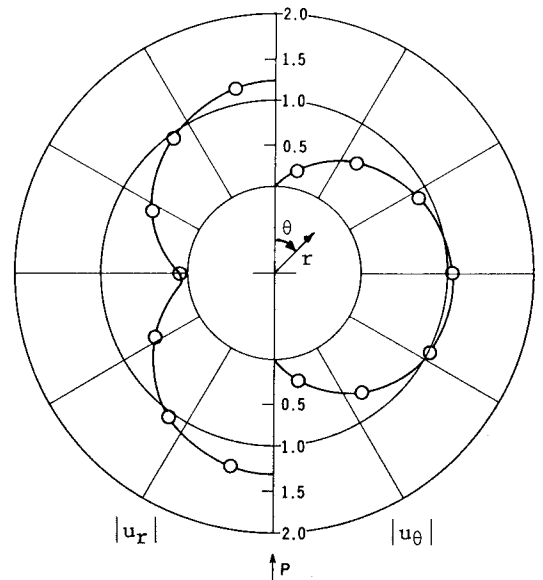


Fig.1 Boundary displacements $|u_r|$ and $|u_\theta|$ for $k_L d = 1.0$ (—: Pao & Mow 1), (---: BIE).

3. 後方および前方散乱場

ここでは欠陥を半径 d の球形 inclusion とし、物性を次のように定めた。

$$\bar{C}_L/C_L=0.5, \bar{\nu}=\nu=0.25, \bar{\rho}/\rho=1.0$$

すなわち、欠陥を母体より柔な inclusion とした ($\bar{C}_L$ は inclusion の縦波速度)。また、入射波は次のような x_3 軸方向 (鉛直上向き) に進む平面縦波 (P波) とした。

$$u^I(\mathbf{x}) = \exp(ik_L x_3) \mathbf{e}_3$$

まず、Fig. 1 は本問題に対する上記解法の精度を確認したものである。左側が界面上の径方向変位 $|u_r|$ 、右側が図中 θ 方向変位 $|u_\theta|$ である。

Fig. 2 と Fig. 3 に、波数を $k_L d = 1.3$ とした場合の、後方散乱場 (Fig. 2) と前方散乱場 (Fig. 3) の様子を示す。縦軸が x_3 軸方向の散乱波成分 u_3^S 、横軸が u_3^S をプロットした x_3 軸に沿う位置 ($d \sim 30d$) である。散乱波の遠方における幾何減衰のオーダーが $1/r$ であることを考えると、欠陥のごく近傍における散乱波の減衰オーダーは、かなり大きいことがわかる。

Fig. 4 に、後方散乱場のサンプル点を図中 $5d$ と $10d$ の点に固定した場合の、散乱場の周波数依存性を示す。縦軸が散乱場の大きさ $|u_3^S|$ であり、横軸が無次元化波数 $k_L d$ である。一般に、散乱波の効果は波数 (～周波数) の増加と共に振動しながら増加することがわかる。

参考文献 1) Pao, Y. H. and Mow, C. C.; Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations, Crane Russak, 1973.

