

I-424

衝撃荷重を受ける平面梁の応力波伝播解析

大阪市立大学大学院 学生員 奥田 東吾
 大阪市立大学 正員 小林 治俊
 大阪市立大学 正員 園田恵一郎

【1】まえがき 本研究は、衝撃荷重を受ける両端単純支持梁の応力波伝播特性を明らかにする事を目的とし、梁を平面応力問題として取り扱い、二次元動弾性論に基づき固有関数展開法を用いて解析を行ったものである。

【2】解析方法 平面応力問題の基礎式は変位ベクトル $\mathbf{U}(u, v)$ を用いて式(1)で与えられる。

$$G[\nabla^2 \mathbf{U} + \beta \text{grad}(\text{div } \mathbf{U})] = \rho d^2 \mathbf{U} / dt^2 \quad (1)$$

ここに、 $\beta = (1+\nu)/(1-\nu)$; ν = ポアソン比; G = セン断弾性係数; ρ = 密度; t = 時間。境界条件は、 $x/l = \pm 0.5$ で単純支持 ($v = \sigma_x = 0$)、上辺 ($y = -h/2$) で $\sigma_y = -q(x, t)$, $\tau_{xy} = 0$ 、下辺 ($y = h/2$) で $\sigma_y = \tau_{xy} = 0$ 。

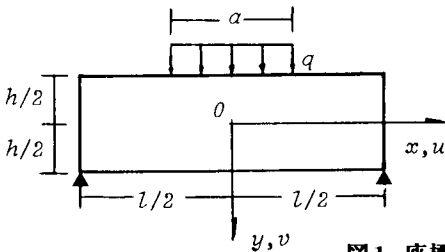


図1. 座標系

式(1)の解は次式の様に置く事が出来る。(1,2)

$$\mathbf{U} = \mathbf{U}^s + \sum_m \sum_n Q_{mn}(t) \mathbf{U}_{mn}(x, y) \quad (2)$$

上式中、 $\mathbf{U}_{mn}[u_{mn}(x, y), v_{mn}(x, y)]$ は固有関数、 $\mathbf{U}^s$ は準静的問題の解⁽³⁾で各々次式を満足する。

$$G[\nabla^2 \mathbf{U}_{mn} + \beta \text{grad}(\text{div } \mathbf{U}_{mn})] = -\rho p_{mn}^2 \mathbf{U}_{mn}$$

$$G[\nabla^2 \mathbf{U}^s + \beta \text{grad}(\text{div } \mathbf{U}^s)] = 0 \quad (3)$$

ここに、 p_{mn} は固有円振動数。式(2)を式(1)に代入し、式(3)及び固有関数の直交性を利用すれば、時間関数 $Q_{mn}(t)$ に関する微分方程式を得る：

$$d^2 Q_{mn} / dt^2 + p_{mn}^2 Q_{mn} = F_{mn}(t) / N_{mn} \quad (4)$$

$$F_{mn}(t) = - \int_V (d^2 \mathbf{U}^s / dt^2) \mathbf{U}_{mn} dV$$

$$N_{mn} = \int_V (u_{mn}^2 + v_{mn}^2) dV \quad (V: \text{体積})$$

式(4)の解は周知の Duhamel 積分で表され、初期条

件を与えることにより衝撃問題の解が確定する。

【3】数値計算例 梁上辺にステップ状の衝撃荷重 q (中央載荷、載荷幅 a) が作用する場合を、 $\nu = 0.3$, $h/l = 0.3$ として数値計算を行った。なお、載荷前の梁は静止しているものとした。

図2は3種類の載荷幅 ($a/l = 0.1, 0.2, 0.4$) に対する中央点 ($x=0, y=0$) の σ_y の初期応答曲線を示したものである。横軸は無次元時間 $\tau [= t / (h/C_1)]$ を表し、 $C_1 = \sqrt{2G/\rho(1-\nu)}$ は縦波の速度である。図中 $a/l = 0.4$ の場合で①～⑧印を付した応答は、梁上辺で発生した応力波が同図に示した応力波の径路(波線)で着目点に到達した時刻での応答に対応する。 P_s, P_c は各々縦波、横波(速度 $C_2 = \sqrt{G/\rho}$) を意味し、この二種類の応力波が存在するため境界での入射波は二種類の反射波 P_s, P_c となる。反射後、着目点に到達する応力波の種類は縦波と横波の速度の違い ($C_1 > C_2$) に依存する。波線⑥⑦⑧はこれを示している。波線①⑤に対応する応答はパルス状であり、また、初期の応答に引張応力が生じている事は興味深い。

図3は断面 $x/l = 0.2$ において着目点を変えた場合の σ_y の応答を載荷幅 $a/l = 0.4$ の場合に対して示したものである。

以上の数値計算で採用した級数の項数は x, y 方向に各々 $m=120, n=500$ である。しかし衝撃を受けた後、応力波の到達前には応答値が零となるべき時間領域や波線①⑤に対応する応答値には若干の誤差を含んでいる。これは、本固有関数展開法による時間方向の級数の収束性によるが、これらの応答を除けば図2で明らかにした様に各波線に対する応答時刻を確実に捕らえており十分に満足 of いく結果が得られている。

【4】参考文献

1. 奥田・小林・園田: 37回応用力学連合講演概要集
2. Reismann, H.: Appl. Sci. Res., Vol. 18, 1967
3. 長谷川久夫: 機械学会論文集, 41巻, 1975

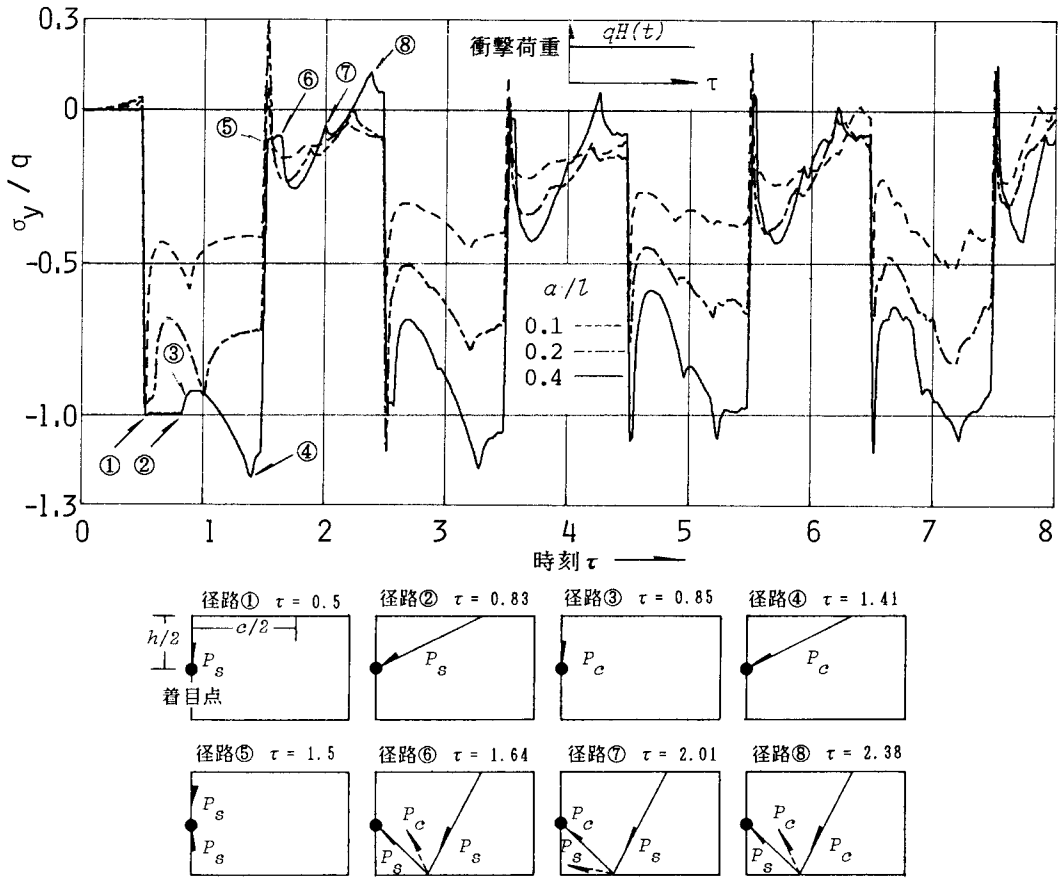


図2. 中央点($x=0, y=0$)における σ_y の応答曲線と波線

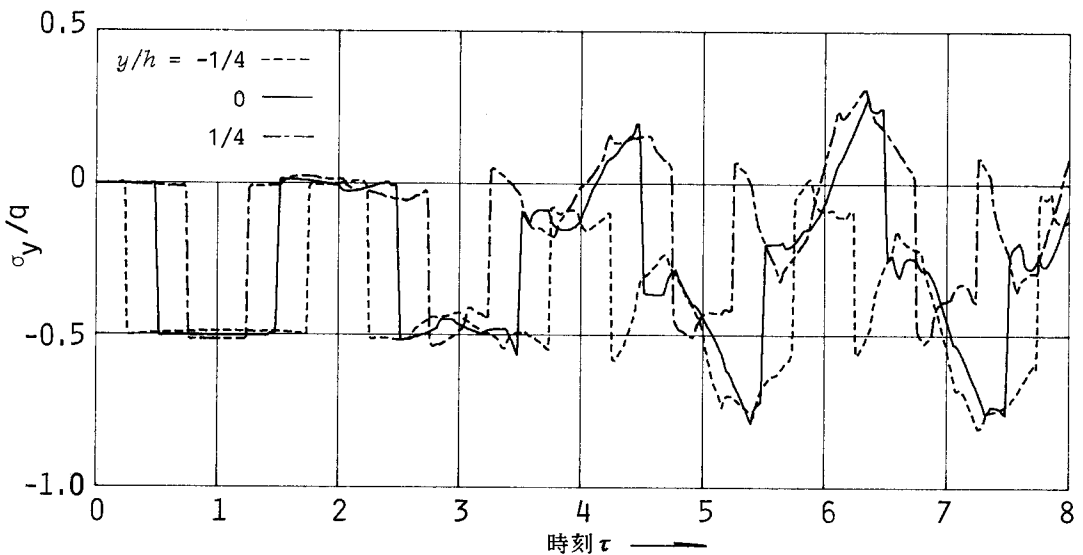


図3. 断面 $x/l=0.2$ における σ_y の応答曲線