

I-422 衝撃点に弾性体を有する平板の衝突衝撃力について

岩手大学工学部 正員 岩崎 正二
日本大学生産工学部 正員 能町 純雄
㈱日本電信電話 豊嶋 龍司

1. ま え が き

衝撃荷重を受ける構造物の初期挙動を明らかにするためには、まず衝突によって構造物表面に発生する衝撃力を求めなければならない。実際の衝撃載荷試験では、直接はりや平板などの試験体に重錘を落下させる方法の他に、試験体上に入力波検知用の丸鋼棒あるいはロードセルを設置し、その上に重錘を落下させる方法をとっている。後者の方法によれば、鋼棒のひずみ等を測定することにより衝撃力を推定することも可能である。しかしながらこのような方法では試験体に作用する衝撃力は緩衝材を介して間接的に与えられていると考えることもできるので、試験体上に設置するロードセル・鋼棒が衝突衝撃力にどのような影響を与えるかを明確にしておかなければならない。著者らは先にロードセルなどを剛体と考えることにより理論的に衝突衝撃力を求めた。¹⁾ 今回はロードセルなどを弾性体として取り扱う。従って本報告では、載荷点に弾性体を有する平板上に、剛体を落下させる問題を考え、それらの物体の重量比によって衝突衝撃力がどのように変化するかを明らかにしようとしたものである。

2. 解 析 理 論

衝撃点で質量 M_1 の弾性体を有する無限平板上に、質量 M_0 の剛体が衝突する問題を考える。無限平板のたわみの曲げ振動方程式は極座標を用いて表すと、次式のようなになる。

$$(D\nabla^4 + \rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2})W = P \quad (1)$$

ここで、 $\nabla^4 = (\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r})^2$

$$D = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \nu_1^2)}$$

E_1 は板の弾性係数、 ν_1 は板のポアソン比、 h は板厚、 ρ は板の単位体積質量、 W は任意点のたわみを表す。

$r = 0$ に集中衝撃荷重 $P(t)$ が作用する場合には、任意点のたわみは

$$W(r, t) = -\frac{C_b}{4\pi D} \int_0^t P(\tau) \text{Si}(\frac{r^2}{4C_b(t-\tau)}) d\tau \quad (2)$$

$r = 0$ でのたわみ W_2 は

$$W_2(t) = \frac{C_b}{8D} \int_0^t P(\tau) d\tau \quad (3)$$

次に質量 M_0 の剛体が V_0 の初速度で質量 M_1 の弾性体上に衝突する場合（図1-(a)）、剛体と弾性体の運動方程式は次のようになる（図1-(b)）。

$$M_0 \ddot{W}_1 = -P' \quad (4) \quad M_1 \frac{\ddot{W}_1 + \ddot{W}_2}{2} = P' - P \quad (5)$$

ここで P' 、 P は弾性体の上端、下端の衝撃力、 W_1 、 W_2 は上端、下端の縦方向変位を表わす。ただし衝撃力、変位とも上下端間の変化は線形とする。一方、弾性体の力と変位の関係式は次式のようなになる。

$$\frac{P' + P}{2} = K(W_1 - W_2) \quad (6)$$

ここで、 $K = E_2 A_2 / l$ 、また E_2 、 A_2 、 l はそれぞれ弾性体の弾性係数、断面積、長さを表わす。

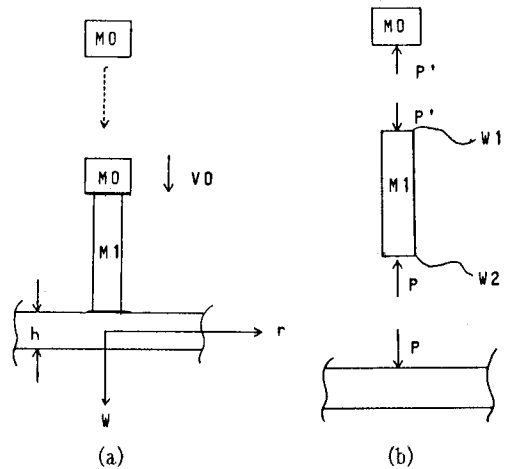


図-1

式(3)、(4)、(5)、(6)にラプラス変換を施し、整理すると衝撃力と歪に関しては

$$\bar{P}(S) = \frac{V_0 K(1 + \alpha/2)}{a_1 S^3 + a_2 S^2 + a_3 S + a_4} \quad (7) \quad \bar{\varepsilon}(S) = \frac{V_0(1 + a_1 S + \alpha/4)}{\ell(a_1 S^3 + a_2 S^2 + a_3 S + a_4)} \quad (8)$$

ここで、

$$a_1 = \frac{M_1 C_b}{32D}, \quad a_2 = 1 + \frac{\alpha}{4}, \quad a_3 = (1 + \alpha) \frac{C_b K}{8D}, \quad a_4 = \frac{K}{M_0}, \quad \alpha = \frac{M_1}{M_0}$$

式(7)、(8)の分母のSに関する3次方程式の根を β_1 、 $\beta_2 \pm i\gamma_2$ とすると、式(7)、(8)のラプラス逆変換の式は次のようになる。

$$P(t) = V_0 K(1 + \alpha/2) \{ \phi_1 \text{EXP}(\beta_1 t) + 2 \text{EXP}(\beta_2 t) (C_1 \cos \gamma_2 t - C_2 \sin \gamma_2 t) \} \quad (9)$$

$$\varepsilon(t) = V_0 \{ \phi_1' \text{EXP}(\beta_1 t) + 2 \text{EXP}(\beta_2 t) (C_1' \cos \gamma_2 t - C_2' \sin \gamma_2 t) \} / \ell \quad (10)$$

$$\phi_1 = \frac{1}{3a_1\beta_1^2 + 2a_2\beta_1 + a_3}, \quad \phi_1' = \frac{1 + a_1\beta_1 + \alpha/4}{3a_1\beta_1^2 + 2a_2\beta_1 + a_3}$$

$$C_1 = \frac{Q_1}{Q_1^2 + Q_2^2}, \quad C_2 = \frac{Q_2}{Q_1^2 + Q_2^2}, \quad C_1' = \frac{R_1 Q_1 + R_2 Q_2}{Q_1^2 + Q_2^2}, \quad C_2' = \frac{R_2 Q_1 - R_1 Q_2}{Q_1^2 + Q_2^2}$$

$$R_1 = 1 + a_1\beta_2 + \alpha/4, \quad R_2 = a_1\gamma_2,$$

$$Q_1 = 3a_1(\beta_2^2 - \gamma_2^2) + 2a_2\beta_2 + a_3, \quad Q_2 = 2\gamma_2(3a_1\beta_2 + a_2)$$

弾性体を剛体として扱った場合($K \rightarrow \infty$)では、衝撃力は次のようになる。

$$P(t) = \eta M_0 V_0 (1 + \alpha/2) \text{EXP}(-\eta t) \quad (11)$$

ここで、

$$\eta = \frac{1}{1 + \alpha} \frac{8D}{C_b M_0}$$

3. 数 値 計 算 例

数値計算例はコンクリート無限平板の中央の丸鋼棒上に円筒剛体が自然落下する問題を取り扱った。重量比 α の変化は、剛体の重量を一定とし丸鋼棒の長さを変化させた。

なお計算にあたっては次のような数値を用いた。

板厚 : $h = 10.0, 15.0, 25.0$ (cm)
 板のヤング率 : $E_1 = 3.0 \times 10^5$ (kg/cm²)
 板のポアソン比 : $\nu_1 = 0.167$
 板の密度 : $\rho g = 2.2932 \times 10^{-3}$ (kg/cm³)
 弾性棒のヤング率 : $E_2 = 2.1 \times 10^6$ (kg/cm²)
 弾性棒の密度 : $\rho g = 7.85 \times 10^{-3}$ (kg/cm³)
 弾性棒の断面積 : $A_2 = 7.07$ (cm²)
 弾性棒の長さ : $\ell = 7.07 \sim 104.53$ (cm)
 落体重量 : $M_0 g = 5.8$ (kgf)
 物体の重量比 : $\alpha = 0.0 \sim 1.0$
 接触半径 : $a = 1.5$ (cm)
 初速度 : $V_0 = 5$ (m/sec)

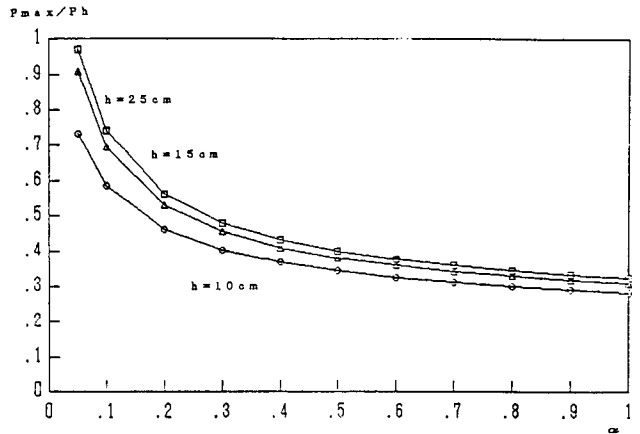


図-2

図-2は $P_{\max}/P_h$ (最大衝撃力/平面衝突時の最大衝撃力)と物体の重量比 α との関係を表したものである。

【参 考 文 献】

- 1) 岩崎正二、能町純雄：ロードセルによる衝突衝撃力の測定に関する一考察（平板構造物）、第42回土木学会全国大会講演概要集、昭和62年9月、p.622
- 2) 岩崎正二、能町純雄：衝撃点にロードセルを有する平板の衝撃応答解析、東北支部技術研究発表会講演概要、昭和63年3月、p.24