

東京大学工学部総合試験所 ○ 正 藤野 陽三

東京大学工学部 学 大島 弘義 学 Phoonsak. P

埼玉大学工学部 正 山口 宏樹

1. はじめに 著者らは、この数年、自励空力弾性振動における発現モードの選択性、あるいは転移に興味を持ってきた。¹⁾²⁾ 図1に示すのは、風洞実験において8字型ケーブルがギャロッピングを起こしたとき発現モードが風速によりどのように変わるかを示した例である。³⁾ このようなモードの転移は実際のケーブルの空力不安定振動でも観測されるようである。よく知られているようにケーブルはその振幅が大きくなると幾何学的非線形が現れてくる。したがって、いわゆる古典モード(classical modes)による運動方程式を一般化変位 q で展開し多自由度運動方程式で書きあらわすと、モード間に非線形連成が生じる。このモード間の非線形連成は、固有振動数比、モード振幅の大きさによっては、線形振動では起こり得ないモード間のエネルギー交換を起こす。一度、他のモードに移ったエネルギーが再び元のモードに戻る性質を「エルゴード性」といい、物理学の分野⁴⁾で古くから研究されている。Fermi によるコンピューターシュミレーションが有名である。⁵⁾

ここでは単一水平ケーブルの面内振動に着目し、種々のパラメータを変化させた数値実験を行い、モード間の非線形連成とモードのエルゴード性の関係について調べてみた。まずはじめに無減衰の非線形自由振動を扱い次に、負減衰効果によるギャロッピングをとりあげる。

2. 運動方程式 ケーブルの非線形運動方程式をモード変位 q_i で展開する。対象とするのは対称1次モードと非対称1次モードである。各々のモード変位を q_1, q_2 とし、ガラーキン法⁶⁾を用いると次のようになる。

$$\ddot{q}_1 + \omega_1^2 \cdot q_1 = a_1 \cdot q_2 + a_2 \cdot q_1^2 + a_3 \cdot q_1 q_2 + a_4 \cdot q_2^2 + a_5 \cdot q_1^3 + a_6 \cdot q_1^2 q_2 + a_7 \cdot q_1 q_2^2 + a_8 \cdot q_2^3 \quad (1)$$

$$\ddot{q}_2 + \omega_2^2 \cdot q_2 = b_1 \cdot q_1 + b_2 \cdot q_1^2 + b_3 \cdot q_1 q_2 + b_4 \cdot q_2^2 + b_5 \cdot q_1^3 + b_6 \cdot q_1^2 q_2 + b_7 \cdot q_1 q_2^2 + b_8 \cdot q_2^3 \quad (2)$$

係数 $a_1, a_2, \dots, b_1, b_2, \dots$ はケーブルパラメータで決まる量である。 $a_2 \sim a_9, b_2 \sim b_9$ が 0 となればモード間の非線形性はなくなり、モードの独立性は保たれるが、実際には、対称1次と逆対称1次モードのみを取り出してもいくつかの係数($a_2, a_4, a_5, a_7, b_3, b_6, b_8$)は 0 とはならない。

3. 自由振動 式(1)、(2)を Newmark 法により数値的に解く。スパン $L=1200$ (m), 単位長さ当りの質量 $m=2.131$ (kg/m), ケーブルの剛性 $EA=4.321 \times 10^7$ (N) とした。サグを変化させることにより2つのモードの振動数比 $k=\omega_2/\omega_1$ を 0.8~2.0 で変え、さらに初期条件(1次モードの初期速度)を変えて数値実験を行った。なお、弦の場合は振動数比が 2 である。図2にいくつかの例を示す。振幅はおよそ各ケースのサグのオーダーである。モード間のエネルギーの転移、すなわちエルゴード性が認められる場合(図2a)とそうでない場合(図2b)があることがわかる。結果を図3にまとめる。図3の縦軸は2次モードのエネルギーを全体のエネルギーで除した値 r である。完全に1次モードから2次モードへエネルギーが一時的にも移れば $r=1$ である。 $k=1.0, 2.0$ の時にはエネルギーの移動がないが、その他の時にはかなり移動があり、全体的には弱エルゴード性があることがわかる。 $k=1.3$ の時には、初期条件によりエネルギーの移動の程度が大きく変わる。

4. 自励振動 速度の1乗と3乗に比例する自励力を考え、式(1)、(2)に対応する運動方程式を導き、数値シュミレーションを行った。振動数比 k が 0.8 付近では両方のモードが共存する(図4a)のに対し、 k が 1.0 付近では1次モードでの振動が突如2次モードに転移する。(図4b)さらに大きい $k>1.2$ では、1次、2次モード間の転移は全く認められず、実質的にどちらかのモードで振動し、どちらのモードになるかは初期条件による。

5. おわりに シミュレーションを実行しただけでまとまった結論が得られたわけではない。自由振動の時には、エルゴード的な性質が認められる場合でも自励力が入るとエルゴード性が消えてしまっている場合がある。今後、高次モードまで含めたシミュレーションを行う予定であり、さらに摂動法あるいは熱力学の相転移の考え方からこれらの現象の解明を試みたい。

参考文献

- 1) 藤野、山口、伊藤: 第8回風工学シンポジウム 1984 2) Phoonsak, P. 藤野: 土木学会論文集 No. 392 1988 3) 柴田: 東大卒業論文 1986 4) Ford, J 他: Journal of Mathematical Physics Vol. 4 1963 5) 戸田: 非線形格子力学 岩波出版 1978 6) Hagedorn 他: Journal of Nonlinear Mechanics Vol. 15 1980

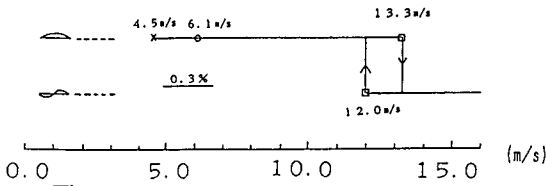


図1 風洞実験の例

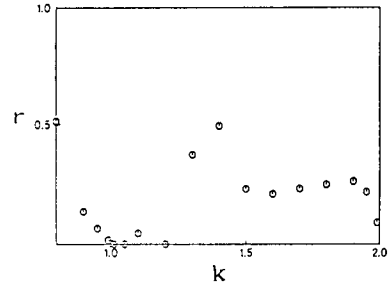


図3 振動数比 k とエネルギー交換率 r の関係

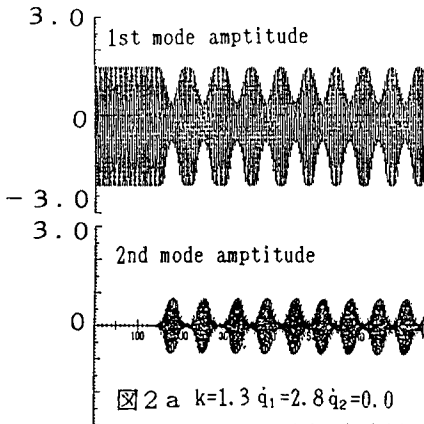


図2 a $k=1.3 \dot{q}_1=2.8 \dot{q}_2=0.0$

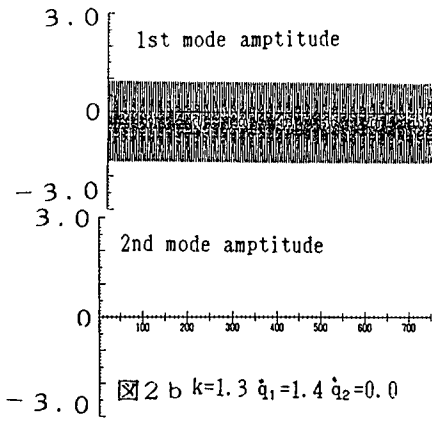


図2 b $k=1.3 \dot{q}_1=1.4 \dot{q}_2=0.0$

図2 自由振動のシミュレーション

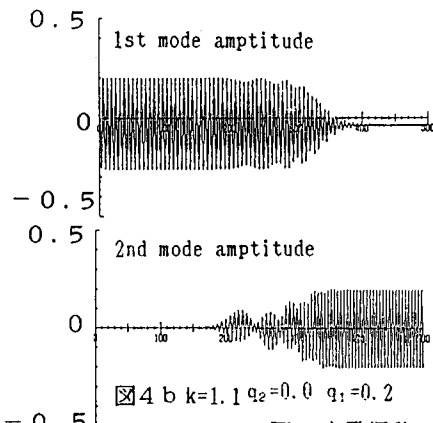


図4 b $k=1.1 q_2=0.0 q_1=0.2$

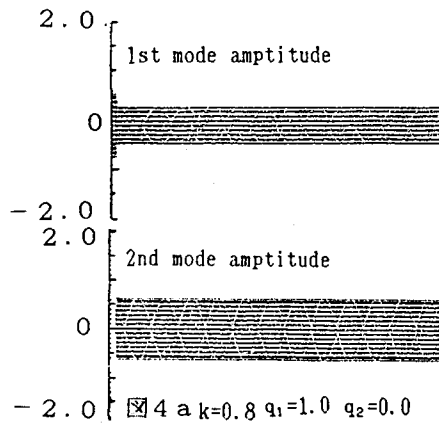


図4 a $k=0.8 q_1=1.0 q_2=0.0$

図4 自励振動のシミュレーション