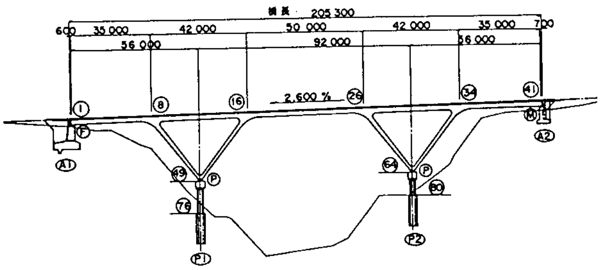
I-408　Vレッグラーメン橋の固有振動数とその精度について

北海道大学工学部　正員　林川俊郎
北海道大学工学部　正員　渡辺　昇

1．まえがき

橋梁構造物の動的応答は、構造物に作用する地震、風、走行車両等の外力の性質と構造物自身の固有振動性状、すなわち固有振動数、固有振動モード、減衰定数等によって決定される。特に、後者の固有振動数および固有振動モードを低次から高次の固有振動モードまで精度良く計算することは、橋梁構造物の動的応答解析における重要な問題である[1]。

ここでは、図－1に示すような5径間連続Vレッグラーメン橋の固有振動数および固有振動モードについて検討する。本橋は鉄筋コンクリート橋脚の上に、V形の鋼製橋脚を有する5径間連続箱形ラーメン橋である。支持条件は、A1で固定支持、A2でローラー支持、P1とP2ではピン結合されている。さらに、本橋はA2からA1に 2.60%の縦断勾配があり、非対称構造物である。



図－1　5径間連続Vレッグラーメン橋

2．固有振動解析

構造物の固有振動解析は構造物のモデル化によって、離散座標系（discrete coordinate system）と分布座標系（distributed coordinate system）による解に分類される。さらに、前者には質量マトリックスの構成方法によって、集中質量法（lumped mass method）と整合質量法（consistent mass method）による2通りの解析方法がある。後者には構造物の質量、剛性などの力学的特性を連続的な分布量として取り扱う連続質量法（continuous mass method）があり、この解析手法は柱あるいは桁の自由振動の基礎微分方程式の一般解を必要とするが、正確な固有値（厳密解）を求めることができる。

2－1．離散座標系による解

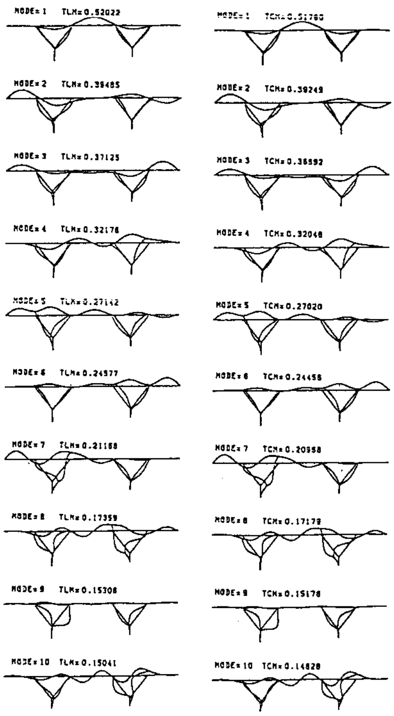
5径間連続Vレッグラーメン橋は軸変形と同時に曲げ変形を受ける骨組部材より構成されている。各部材要素の剛性マトリックスKおよび質量マトリックスMは、軸変形には1次式、曲げ変形には3次式の変位関数を仮定することにより求められる[2]。この場合、質量マトリックスは質量の連成により、非対角項にも非零成分を含む整合質量マトリックスとなる。また、集中質量マトリックスは部材要素の片側半分の質量と質量モーメントを両節点に置換することにより求められる。重ね合わせの原理により、最終的な離散座標系における構造物の振動数方程式は　$\det|K-\omega^2 M|=0$　となる。ここで、ωは5径間連続Vレッグラーメン橋の固有円振動数である。

2－2．分布座標系による解

部材の自由縦振動の2階微分方程式および桁の自由曲げ振動の4階微分方程式の一般解を用いて、それぞれ動的な剛性マトリックスが誘導される[3]。動的剛性マトリックスは固有円振動数ωを含んだ三角関数および双曲線関数によって表される。この動的剛性マトリックスの重ね合わせにより、最終的な分布座標系における構造物の振動数方程式は　$\det|K\alpha\alpha(\omega)|=0$　となる。この振動数方程式はωに関する超越方程式となるが、Regula-Falsi法により確実に解を求めることができる。さらに、個々の固有値に対応して積分定数が求められ、固有振動モードが決定される。一般的に、この手法による固有振動解析は骨組構造物の厳密解を与える。

３．数値計算結果

図－２には、集中質量法および整合質量法により求められた固有振動モードが１次から１０次まで示されている。この５径間連続Ｖレッグラーメン橋は、構造形式が非対称であるため、特異な固有振動モードが現れている。表－１は集中質量法、整合質量法および連続質量法により計算された固有円振動数である。一般的に集中質量法で求められた固有円振動数は厳密解に対して下界値を、整合質量法で求められた固有円振動数は上界値を与える。この固有振動解析に用いた要素分割数は８０である。

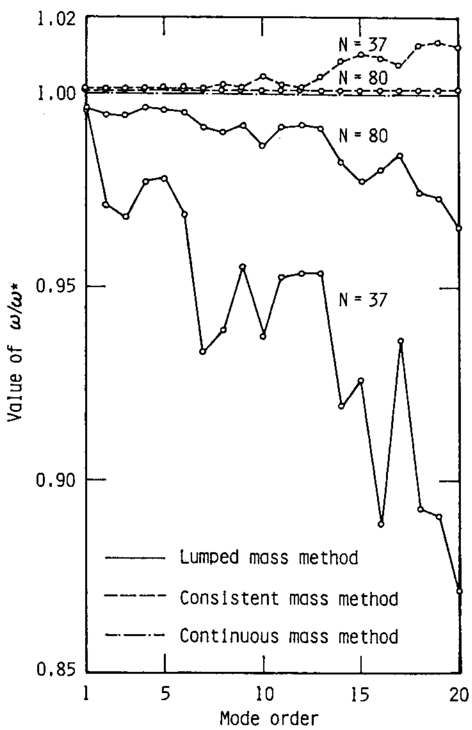


図－２　固有振動モード

Mode order	Lumped mass method	Consistent mass method	Continuous mass method
1	12.0779	12.1343	12.1280
2	15.9130	16.0086	16.0000
3	16.9244	17.0312	17.0220
4	19.5263	19.6058	19.5950
5	23.1490	23.2537	23.2406
6	25.5647	25.6921	25.6773
7	29.6828	29.9651	29.9478
8	36.1952	36.5749	36.5529
9	41.0448	41.3972	41.3728
10	41.7743	42.3727	42.3452
11	45.6868	46.1153	46.0867
12	46.1368	46.5411	46.5132
13	48.4642	48.9259	48.8953
14	61.8550	63.0179	62.9664
15	63.0435	64.5331	64.4789
16	68.3102	69.7503	69.6821
17	69.2541	70.4185	70.3531
18	80.5942	82.7604	82.6762
19	88.1759	90.7033	90.6014
20	91.8246	95.2146	95.1020

表－１　計算された固有円振動数

図－３は連続質量法により求められた固有円振動数 ω^*（厳密解）と集中質量法および整合質量法により求められた固有円振動数 ω との比を１次から２０次の固有振動モードについて示したものである。図中のＮは要素分割数である。整合質量法により求められた固有円振動数は集中質量法のものより良い精度で計算されていることがわかる。このことは、連続質量法の動的剛性マトリックスを ω についてTaylor展開することにより数学的に証明することができる[3]。



図－３　固有円振動数の精度

４．あとがき

本研究は非対称性のある５径間連続Ｖレッグラーメン橋の固有円振動数を集中質量法、整合質量法および連続質量法により数値解析し、その精度について検討した。一般的に、同じ要素分割数では整合質量法による解析結果が集中質量法のものにくらべて精度が良い。

（参考文献 ）1)Hayashikawa,T. and Watanabe,N., Proc. of ASCE, No. EM1, 1981.　2)Clough,R.W. and Penzien,J., Dynamics of Structures, 1975.　3)Hayashikawa,T. and Watanabe,N., Proc. of ASCE, No. EM5, 1985.