

鳥取大学工学部 正会員○松保重之

柴崎和人

鳥取大学工学部 正会員 白木 渡

新井組(株) 安原寛人

鳥取大学工学部 正会員 高岡宣善

1. まえがき 近年、路面凹凸や伸縮継手等、路面不整が橋梁振動に及ぼす影響が大きいことが明らかになり、路面不整の実測・研究が進められている。動的応答解析においても、橋梁と車両の連成に着目した解析に加えて、路面不整を考慮した解析が行われている。特に最近では路面不整の不規則性を考慮した解析¹⁾が行われている。しかし、これらの研究はほとんど梁を対象としたものであり、橋梁部材中最も苛酷な使用条件下にある床版についての研究は少ない。そこで本研究では、不規則路面凹凸上を走行する車両で加振される道路橋床版の動的応答解析を不規則振動論に基づいて行う。

2. 床版-車両-路面系の運動方程式と路面凹凸のモデル化

不規則路面凹凸を有する床版上を、1自由度系でモデル化された複数の車軸を有する車両が、一定速度 v で走行する模様を図1に示す。まず、この床版-車両系の運動方程式について説明する。支点から距離 x にある着目点の床版の動的たわみ $w(x, y, t)$ は j_p 次振動モードの固有関数 $\phi_{j_p}(x, y)$ と時間関数 $q_{j_p}(t)$ により式(1)で表わされる。また基準点から距離 x にある不規則路面凹凸を $R(x)$ とすると、一定速度 v で走行する車両上では、この路面凹凸は時間の関数 $r(t)$ として観測される。床版-車両系の運動方程式は、 i 軸目の車軸直下の動的たわみを $w_{vi}(t)$ 、車両の垂直変位を $z_i(t)$ 、さらに床版の j_p 次固有円振動数、減衰定数、全質量をそれぞれ ω_{j_p} , h_{j_p} , M として、式(2)で記述される。ここに、 $R_{ij_p} = m_i/M$ である。次に、路面凹凸のモデル化について説明する。本研究では、路面凹凸を路面系と称する常微分方程式(3)の定常解過程でモデル化する。ここに、 $\omega(t)$ は式(4)のような確率特性で規定される正規性白色雑音過程である。式中、 $E[\]$ は期待値演算を示す。路面系の解過程 $r(t)$ の平均値と分散は、それぞれ0および $S_0/2\beta$ となり、そのパワースペクトル密度は、式(5)で与えられる。ここで、式(6)の状態量ベクトルを用いて式(2), (3)を変形すると式(7)のように1階の確率微分方程式の形に表わされる。式(7)において、 $Ax(t)$ は係数行列、また $N_i(t)$ および $F_i(t)$ はそれぞれ外力ベクトルの平均値の変化および平均値回りの変動を表わしている。

3. 不規則応答解析の理論 路面凹凸を確率過程でモデル化すると床版の応答は正規過程となり、その確率特性は平均値と共分散によって規定される。平均値応答は確定論的な手法で解析することができるので、ここでは共分散応答のみについて考える。その際、一般性を失うことなく応答は平均値と平均値回りの応答に分離できるので、以後、応答は平均値回りの応答を表わすものとする。床版の変位および速度の共分散行列(応答)は、床版の

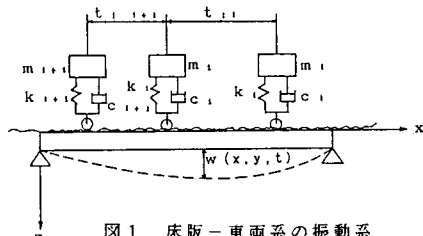


図1 床版-車両系の振動系

$$w(x, y, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{p=1}^{\infty} q_{j_p}(t) \phi_{j_p}(x, y) \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \ddot{q}_{j_p}(t) + 2h_{j_p}\omega_{j_p}\dot{q}_{j_p}(t) + \omega_{j_p}^2 q_{j_p}(t) \\ = \sum_{i=1}^n R_{ij_p} (g - \ddot{z}_i(t)) \phi_{j_p}(v(t-t_{i1})) \\ \ddot{z}_i(t) + 2h_{oi}\omega_{oi}(\dot{z}_i(t) - \dot{w}_{vi}(t) - \dot{r}(t-t_{i1})) \\ - \omega_{oi}^2(z_i(t) - w_{vi}(t) - r(t-t_{i1})) = 0 \\ (i=1, 2, 3, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

t_{i1} : i 軸目の車軸が進入する時間
 $t_{i,j}$: i 軸目の車軸と j 軸目の車軸の車軸間隔時間
 m_i : i 軸目の車軸の質量
 h_{oi} : i 軸目の車軸の減衰定数
 ω_{oi} : i 軸目の車軸の固有振動数

$$\dot{r}(t) + \beta r(t) = \omega(t) \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} E[\omega(t)] &= 0 \\ E[\omega(t_1)\omega(t_2)] &= S_0 \delta(t_2 - t_1) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$S_r(\omega) = S_0 / (\omega^2 + \beta^2) \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} Y(t) &= [q_{11}(t), \dot{q}_{11}(t)]^T \\ Z_1(t) &= [z_1(t), \dot{z}_1(t), r(t-t_{11})]^T \\ Z(t) &= [Z_1(t), \dots, Z_n(t)]^T \\ X(t) &= [Y(t), Z(t)]^T \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{X}(t) &= Ax(t)X(t) + \sum_{i=1}^n F_i(t-t_{i1}) \\ &\quad + \sum_{i=1}^n N_i(t), \quad X(t_{i1}) = X_0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} E[w(x, y, t)^2] &\quad E[w(x, y, t)\dot{w}(x, y, t)] \\ E[\dot{w}(x, y, t)w(x, y, t)] &\quad E[\dot{w}(x, y, t)^2] \\ &= \phi_{11}(x, y)Ry(t)\phi_{11}(x, y) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$X(t) = \Phi X(t_{i1}) X_0 + \sum_{i=1}^n \int_{t_{i1}}^t \Phi X(t, \tau) F_i(\tau - t_{i1}) d\tau \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{R}x(t) &= Ax(t)Rx(t) + Rx(t)Ax(t)^T \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Q'_{x_{ij}}(t-t_{ij}) \Phi X(t, t-t_{ij})^T \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Phi X(t, t-t_{ij}) Q'_{x_{ij}}(t-t_{ij}) \\ R X(t_{i1}) &= R X_0 \\ Q'_{x_{ij}}(t) &= \begin{cases} Q_{x_{ij}}(t) & (i \neq j) \\ \frac{1}{2} Q_{x_{ij}}(t) & (i = j) \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

1次振動のみを考えると式(8)で表わせる。ここに、 $R_y(t)$ は床版系の状態量ベクトル $Y(t)$ の共分散行列 $R_y(t) = E[Y(t)Y(t)^T]$ である。 $Y(t)$ は床版-車両-路面系 $X(t)$ の要素であり、 $X(t)$ の時間的変化は式(7)の確率微分方程式で表わされている。したがって、床版の応答解析は $X(t)$ の共分散 $R_x(t) = [X(t)X(t)^T]$ の解析に帰着する。

$N_1(t)$ を除く確率微分方程式(7)の解は、線形微分方程式の理論より式(9)のようになる。ここに、 $\Phi_x(t, t_0)$ は状態遷移行列である。この $X(t)$ を共分散の定義式に代入し変形すると、式(10)のような共分散方程式が導かれる。ここに、 $Q_{x_i, j}(t)$ は外力ベクトル $F_i(t)$ の共分散、 R_{x_0} は初期条件 X_0 の共分散である。この共分散方程式は車両と床版の連成、床版を介する車軸間の連成および車軸間の相関を厳密に評価したものである。この車軸間の相関を無視すると式(11)のような近似解が得られる。この式は車軸間の相関を0とただけで車軸間の連成は考慮されている。

$$\begin{cases} \dot{R}_x(t) = A_x(t) R_x(t) + R_{F_x}(t) A_x(t)^T + \sum_{i,j=1}^n Q_{x_i, j}(t-t_{i,j}) \\ R_x(t_0) = R_{x_0} \end{cases} \quad (11)$$

4. 数値計算例 数値計算に用いた車両の諸元および床版の諸元を表1および表2に示す。走行車両をモデル化する場合、走行車両の状態を規定する基本的なパラメータは車軸間隔 λ である。そこで、本研究では車軸間隔 λ が応答に及ぼす影響について調べる。

表1 車両諸元		表2 床版諸元	
総重量	w 20 ton	床版長手方向 L_x	10 m
ばね上重量	m 17100 kg	床版支間長 L_y	2 m
ばね定数	k_0 750 kx/m	床版厚	h 19 cm
固有振動数	f_0 3.0 Hz	板剛性	D 2.57×10^{10} kg·cm ²
減衰定数	h_0 0.03	固有振動数	f_p 16 Hz
走行速度	v 10 m/s	減衰定数	h_p 0.02
軸 距	l 6.65 m		

式(10)を用いて車軸間隔を $\lambda=5.5\text{m}, 6.65\text{m}, 7\text{m}$ と変化させた場合について解析を行った。図2に床版の中央点におけるr.m.s.変位応答を図示した。図の横軸は先頭の車軸が床版に進入した後の経過時間 t を、先頭の車軸が床版を通過する時間 T で無次元化した時間である。図より車軸間隔を大きくしていくと最大応答は順次減少するの分かる。また応答形状について見てみると $\lambda=5.5\text{m}$ の場合、2軸目が床版に進入することにより急激に応答が増加しているのに対し、 $\lambda=7\text{m}$ の場合、2軸目が進入する付近では応答が減少しているの分かる。図3は車軸間の相関を無視した場合の結果である。図2と3の最大応答を比較してみると相関を考慮した場合としない場合とではほぼ同じであることが分かる。しかし、応答形状について見てみると相関を無視した場合ではいずれの車軸間隔においても t/T が0.7~0.8の付近で減少していることが分かる。

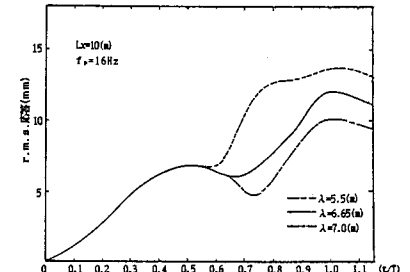


図2 車軸間隔によるr.m.s.応答の変化(相関考慮)

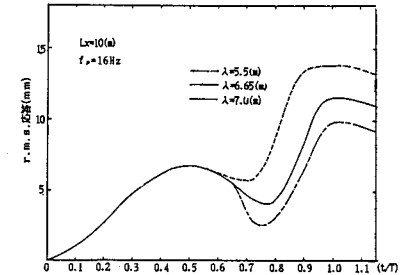


図3 車軸間隔によるr.m.s.応答の変化(相関無視)

次にこれらの結果から彦坂ら²⁾が示した定義式(12)を用いて衝撃係数 i を算定した結果を表3に示す。式中、 $y_{s, \max}$ は静的たわみの最大値であり、 $\sigma(L_x/2, t_s)$ は静的たわみが最大になる点に車両が到達した時 $t=t_s$ の着目点 $x=L_x/2$ の動的たわみの標準偏差である。この表から相関を考慮した場合と無視した場合との衝撃係数の差はほとんど見られず、ほぼ同じであることが分かる。また衝撃係数は、車軸間隔が長くなるに従って減少していることが分かる。このことより床版の衝撃係数を定める場合、示方書のように床版長手方向の長さを考慮するだけでは不十分であり、車両の車軸間隔による影響も考慮する必要があるものと思われる。なお、示方書から求めた値と比較してみるといずれの車軸間隔についても示方書の値より小さな値となっているが、本研究では良好な路面データを用いた解析結果であり示方書との比較には、さらに検討の余地が残されているものと思われる。

$$i = \frac{2\sigma(L_x/2, t_s)}{y_{s, \max}} \quad (12)$$

表3 非定常応答解析における衝撃係数の車軸間隔に対する変化 ($f_p=16\text{Hz}, L_x=10\text{m}$)

	車軸間隔 λ (m)		
相関	5.5	6.65	7.0
無視	0.328	0.274	0.235
考慮	0.326	0.283	0.242
示方書	0.333	0.333	0.333

- 岡林他：連行車両・応答解析，土木学会論文報告集，第334号，1983。
- 彦坂他：連行自動・衝撃係数，土木学会論文報告集，第290号，1979。