I-300　不規則外力下における動的システムの最適アクティブコントロール

京都大学大学院　学生員　○五十嵐　晃
京都大学工学部　正　員　　山田　善一　　家村　浩和

1．　はじめに　　構造物の振動の抑制のために、アクティブコントロールの適用が検討されるようになっている。その一つの考え方として、確率過程としてモデル化された地動入力に対して、確率論的な規範のもとで最適な制御について考察した。

2．　定式化　　地動 $\ddot{z}(t)$ のもとで、制御力 $u(t)$ （m次元ベクトル）を受ける n 自由度系の運動方程式

$$M\ddot{y}+C\dot{y}+Ky=-\underline{m}\ddot{z}+Du \qquad (D: n\times m\text{行列})$$

は、次のような状態方程式で表現することができる。

$$\dot{x}=Ax+Bu+G\ddot{z}$$

ただし、$x^T=(y^T\quad \dot{y}^T)$

$$A=\begin{pmatrix}0 & I\\ -M^{-1}K & -M^{-1}C\end{pmatrix}\quad B=\begin{pmatrix}0\\ M^{-1}D\end{pmatrix}\quad G=\begin{Bmatrix}0\\ -M^{-1}\underline{m}\end{Bmatrix}$$

ここで、$\ddot{z}(t)$ を定常確率過程とする。定常応答状態において次のような確率論的評価規範を満たすような制御力 $u(t)$ を考える。

$$J=E\left[\frac{1}{2}\dot{y}^TM\dot{y}+\frac{1}{2}y^TKy+\sum_{i=1}^{m}r_iu_i^2\right]\to\ \text{min.}\qquad (r_i>0)$$

すなわち、構造物の振動エネルギー（運動エネルギー＋ひずみエネルギー）の期待値と、各制御力の分散の重み付き和を最小とするようなものを求める。概念図をFig.1 に示す。考えうるすべての制御は斜線部より上の領域に実現される。そのうち、この規範に基づく制御は、例えば同一の分散を持つ制御力の中で振動エネルギー期待値を最小にするものである、という意味で最適である。上式は次のようにも書ける。

$$J=E\left[x^TR_1x+u^TR_2u\right]\to\ \text{min.}$$

ただし、

$$R_1=\frac{1}{2}\text{blockdiag}(K,\ M)$$

$$R_2=\text{diag}(r_1,r_2,\cdots,r_m)$$

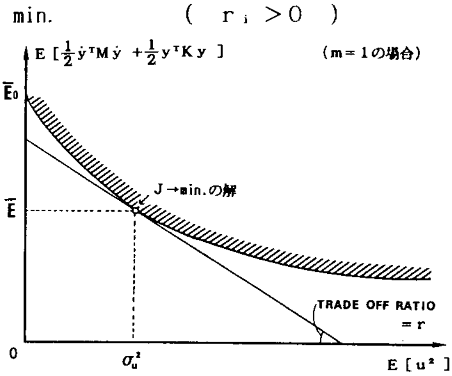

Fig.1　Concept of Optimal Control

3．卓越振動数を持つ地動入力と最適制御則　地動変位 $z(t)$ が、正規ホワイトノイズ加振を受ける１自由度振動系の応答としてモデル化されると仮定する。このとき、地動加速度のパワースペクトルは、

$$P(\omega)=\frac{\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^4}{\left\{\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2-1\right\}^2+4\zeta_g^2\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2}V_0$$

ω_g は卓越振動数であり、ζ_g によって卓越の度合を表わすことができる。地動を表現するフィルターと構造物を合わせた全体系に対して、確率論的最適レギュレータの理論[1]を適用すれば、このような地動 $\ddot{z}(t)$ のもとで J を最小とする最適な制御力は、状態フィードバック（閉ループ）による制御力に、地動によって算出されるフィードフォーワードの部分を加えたものになるという結果が得られる。

$$u(t)=F_x\,x(t)+F_z\,\underline{z}(t)\qquad (F_x: m\times 2n\text{行列、}F_z: m\times 2\text{行列})$$

ただし、$\underline{z}=(z(t)\quad \dot{z}(t))^T$

①F_x の算出法　　$F_x=-R_2^{-1}B^TP$

ただし、P は対応する Riccati方程式

$$PA+A^{T}P-PBR_{2}^{-1}B^{T}P+R_{1}=0$$

の正定対称解（２ｎ×２ｎ行列）である。この部分は入力の特性には依存しない。

②F_z の算出法　４ｎ元の連立１次方程式

$$\begin{pmatrix} (A+BF_x)^{T} & -\omega_g^{2} I \\ I & (A+BF_x)^{T}-2\zeta_g\omega_g I \end{pmatrix}\begin{Bmatrix}\pi_1\\ \pi_2\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\omega_g^{2}PG\\ 2\zeta_g\omega_g PG\end{Bmatrix}$$

を解く。その解 π_1 、π_2 （それぞれ２ｎ次元の列ベクトル）を用いて、

$$F_z=-R_2^{-1}B^{T}\,(\pi_1\quad \pi_2)$$

なお、$\omega_g=0$ とおいた場合は地動加速度をホワイトノイズと仮定した場合に相当するが、このとき $F_z=0$ となり、従来より知られている最適閉ループ制御と同一のものとなる。

４．数値計算例　$\omega_g=6.0$ (rad/sec)，$\zeta_g=0.05$ に相当する模擬地動を作成し (Fig.2) 、Fig.3 に示す１自由度系にこの地動が入力された場合の応答を計算した。制御を行なわない場合、状態フィードバックのみによる制御を行なった場合、そして地動フィードフォーワードを追加した場合の３ケースを比較したものを、Fig.4 に示す。ただし、重み係数は比較が容易なように調整してある。

地動フィードフォーワードを追加した制御は、フィードバックのみによる制御に比べて、その振動の抑制のレベルはほぼ同一であるが、その際用いた制御力は小さいもので済んでいることがわかる。このことは、もし両者の方式で同程度の制御力を使用した場合には、フィードフォーワードを使用した制御の方が、より大きな制振効果が得られることを意味するものである。

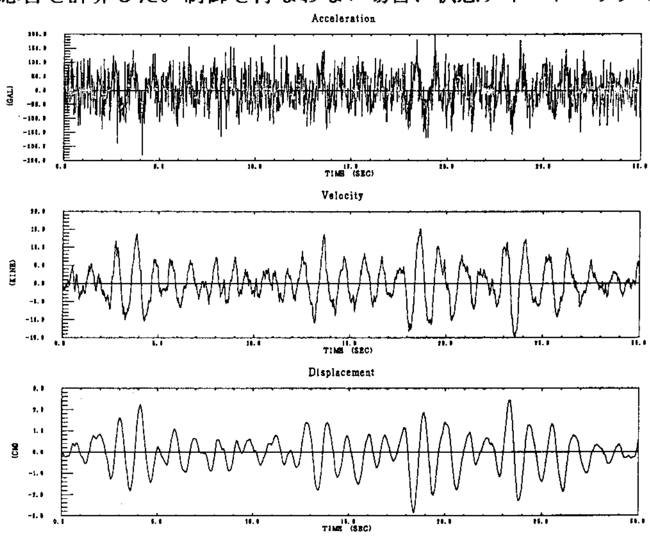

Fig.2　Stationary Artificial Ground Motion

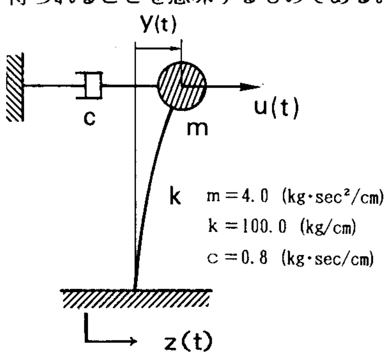

Fig.3　SDOF System with Control Force

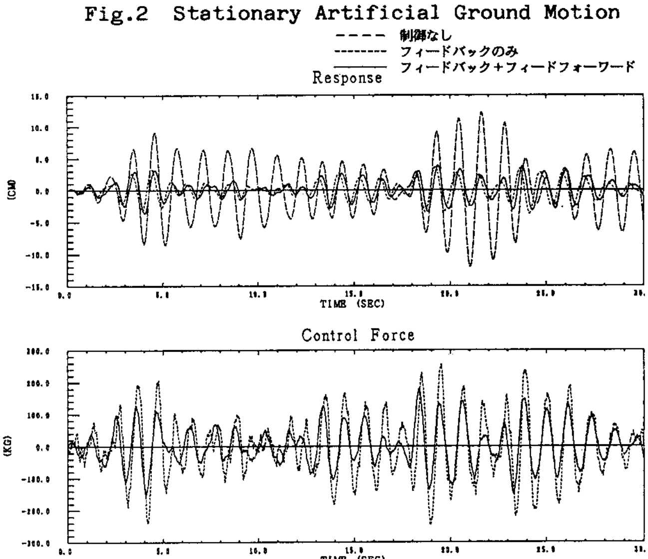

Fig.4　Dynamic Response and Control Force

５．あとがき　実地震記録を用いた計算も試みたが、かなり良好な結果が得られている。予測される入力の特性が事前に適切に評価できるかどうかが重要な点であると考えられる。

参考文献 1) H.Kwakernaak and R.Sivan : Linear Optimal Control Systems, Wiley Interscience, 1972.