I-297　D.P.を用いた実時間における構造物の最適制御

○中央大学　学生員　深沢　恵志
中央大学　正　員　川原　睦人

1．はじめに

地震外力を受ける構造物の振動を最適にコントロールすることを考えた場合、作用する外力の特性も考慮に入れたトラッキング制御方式を用いるのが自然である。しかし、トラッキング制御方式においては、最適な操作量を決定するのに、構造物に作用する外力がすべて最初から最後まで規定されていなければならないそのため実際問題として未知である地震外力に対しては、トラッキング制御方式に構造物の最適制御は行なえないことになる。そこで本研究は、すべての地震外力が規定されなくても、構造物が地震外力を受けるその時点で入手可能なデータから構造物の制御を考える、いわゆる実時間における構造物の最適制御をD.P.（ダイナミック・プログラミング）の手法を用いることにより試みた。今回、数値解析例として、制御をほどこした二自由度系構造物に地震外力が作用した場合について、解析を行ったのでその点を中心に発表する。

2．トラッキング制御方式における最適操作量

制御をほどこした構造物に、地震外力が作用した場合の運動は、次の差分方程式で表すことができる。

$$X(k+1) = AX(k) + BU(k) + C(k) \tag{1}$$

ここに、X(k) は第k時間点における変位と速度を表す状態ベクトル、U(k) は操作量を表す操作量ベクトル、C(k) は外力を表すベクトルである。次に評価関数として次のようなエネルギー量を設定する。

$$J = \sum_{k=0}^{N-1} \{X^T(k+1)\,Q\,X(k+1) + U^T(k)\,R\,U(k)\} \tag{2}$$

ここで、Q，Rはそれぞれ、状態量、および、操作量に影響をおよぼす重み係数行列である。(1) 式で表される状態方程式のもとで、(2) 式で表される評価関数Jを最小にする最適操作量 $U_{OPT}(k)$ を決定する問題を一般にトラッキング問題と呼ぶ。D.P.の手法を用いて定式化を行うと最適操作量はnの関数として次のように表される。

$$\begin{aligned}
U_{OPT}(N-n) = -(R + B^T W_{n-1} B)^{-1} B^T \{ & W_{n-1} A X(N-n) \\
& + W_{n-1}\, C(N-n) \\
& + Y_{n-2}\, W_{n-2}\, C\{(N-(n-1)\} \\
& + Y_{n-2}\, Y_{n-3}\, W_{n-3}\, C\{(N-(n-2)\} \\
& + Y_{n-2}\, Y_{n-3}\, Y_{n-4}\, W_{n-4}\, C\{(N-(n-3)\} \\
& \vdots \\
& + Y_{n-2}\, Y_{n-3}\, Y_{n-4}\, Y_{n-5}\, Y_{n-6} \cdots Y_1\, Y_0\, W_0\, C(N-1)]
\end{aligned} \tag{3}$$

ただし、

$$W_0 = Q$$
$$W_n = Q + A^T W_{n-1} A - A^T W_{n-1} B (R + B^T W_{n-1} B)^{-1} B^T W_{n-1} A$$
$$Y_n = A^T - A^T W_n B (R + B^T W_n B)^{-1} B^T$$

3．実時間における操作量の検討

(3) 式より第一番目の最適操作量 $U_{OPT}(0)$ を決定するのに、すべての地震外力が必要となる。そこで(3)式を第一番目の時点でわかっているデータだけを用いて書換えを行うと、次のようになる。

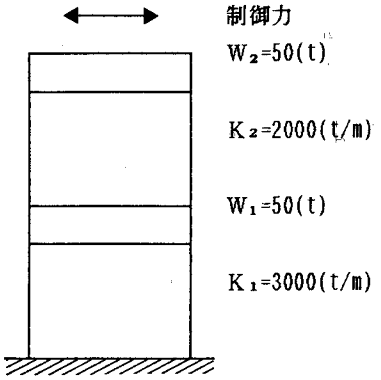
$$U_{OPT}(0) = -(R + B^T W_{N-1} B)^{-1} B^T \{W_{N-1} AX(0) + W_{N-1}\, C(0)\}$$

同様に、第二番目以降は次のようになる。

$$U_{OPT}(1) = -(R + B^T W_{N-2} B)^{-1} B^T \{W_{N-2} AX(1) + W_{N-2}\, C(1)\}$$
$$U_{OPT}(2) = -(R + B^T W_{N-3} B)^{-1} B^T \{W_{N-3} AX(2) + W_{N-3}\, C(2)\}$$
$$\vdots$$
$$U_{OPT}(N-1) = -(R + B^T W_0 B)^{-1} B^T \{W_0 AX(N-1) + W_0\, C(N-1)\}$$

つまり、実時間における構造物の最適制御とは、地震外力が作用するその時点で制御力を決定し、構造物に作用させるというものである。

4．数値解析例

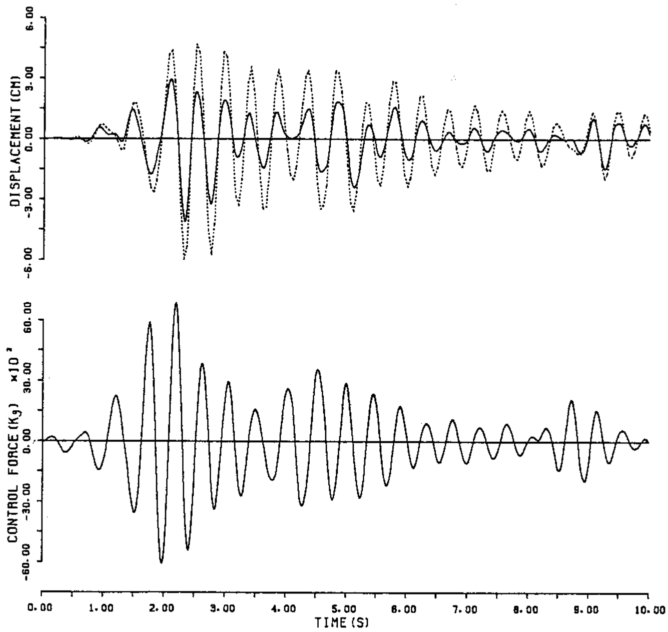


図－1　二自由度系構造物

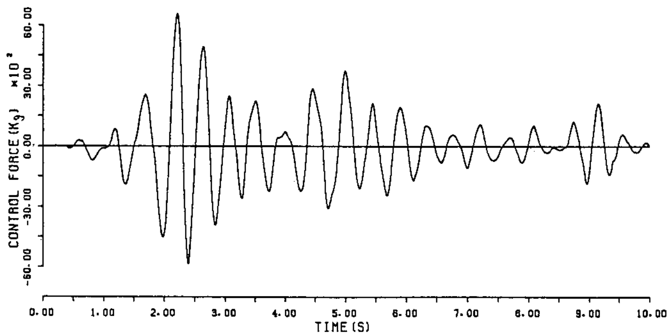
図－1で示される制御をほどこした二自由度系構造物に地震波として、エルセントロ地震波が作用した場合について、解析を行う。

5．解析結果

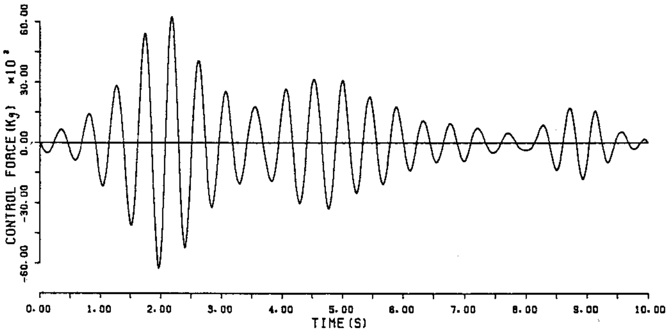
評価関数中の応答に影響をおよぼす重み係数行列Qを単位行列とし、制御力に影響をおよぼす重み係数Rを0.00005 とした場合、最適制御を行った時の第二層における変位、および、最適制御力を図－2に示す。図中の点線は、制御を行わなかった場合のものである。図より、構造物の応答が変位にして60%ほどにおさえられているのがわかる。図－3は実時間における制御の制御力を示したものである。図－4は、すべての地震外力がわからなくても、構造物に地震動が作用する0.5 秒前までの地震外力を得ることができるとして、制御を行ったものである。解析結果より、ほぼ最適制御とかわらない制御力を得ることができた。



図－2　最適制御



図－3　実時間における制御



図－4　0.5 秒前までの地震外力が既知の時の制御

6．おわりに

今回、D.P.の手法を用いて、構造物が地震外力を受けるその時点で制御力を決定する、実時間における構造物の制御を試みた。解析結果より、地震動が構造物に作用する0.5 秒前までの地震外力がわかれば、最適制御を行ったものとかわらない制御を行うことが可能であるということが判明した。

参考文献　辻　節三　最適制御概論　養賢堂、深沢　川原　第42回全国土木学会年次学術講演会　「トラッキング問題に関するダイナミック・プログラミングの応用」