I-288 逆解析によるトラス構造物の剛性の推定

東京電機大学 大 学 院 学生員○有賀 弘明
東京電機大学 理工学部 正 員 松井 邦人

1．はじめに

構造解析では、形状、材料特性、外力が与えられ、変位、部材力を求めることになる。逆解析では、測定値（変位或は部材力）から部材特性或は作用外力を求めることになる。本研究では構造物の損傷が剛性の低下で診断できるであろうという前提で、既知の外力の作用下で得られた変位から、逆に剛性を決定する方法について検討する。

2．逆解析手法

構造解析において N×Nの剛性マトリックスK、外力ベクトルQ及び変位ベクトルZの関係は

$$\mathbf{K}(\mathbf{X})\,\mathbf{Z} = \mathbf{Q} \qquad (1)$$

である。ここでKは M×1の部材剛性ベクトルXの関数である。本問題では変位が測定されており，式(1)の関数を用いて部材剛性を求める。また、測定変位ベクトルをdとする。dはかならずしもすべての自由度で測定する必要はない。しかし、少なくとも構成部材数以上の測定変位数が必要であると思われる。この条件を満足するため、場合によれば外力の作用位置あるいは方向を変え、変位測定データを増加する必要が生ずる。式(1) においてXは未知であるが、Xの値によってZは変化する。正しいXを求める漸化式を誘導するため、Taylor展開を用いると

$$Z_i(X+\delta X) \fallingdotseq Z_i(X) + \sum_{j=1}^{M} \frac{\partial Z_i}{\partial X_j}\delta X_j \qquad (2)$$

の関係を得る。Z_i に対応する測定値を d_i とすると

$$d_i = Z_i + \sum_{j=1}^{M} \frac{\partial Z_i}{\partial X_j}\delta X_j + \varepsilon_i \qquad (3)$$

右辺の第２項は、Xの推定値が誤っているために必要な修正量であり、ε_i は測定値に含まれる誤差である。式(1)をXで偏微分すると

$$\mathbf{K}(\mathbf{X})\frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \mathbf{X}} = -\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial \mathbf{X}}\mathbf{Z} \qquad (4)$$

となる。右辺は既知であるので、$\frac{\partial \mathbf{Z}}{\partial \mathbf{X}}$ について解くことができる。修正量δX_j は $\frac{1}{2}\Sigma\,\varepsilon_i^2$ が最小となるように決定すればよい。即ち

$$\min_{\delta X_j} \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{L}\left(Z_i - d_i + \sum_{j=1}^{M}\frac{\partial Z_i}{\partial X_j}\delta X_j\right)^2 \qquad (5)$$

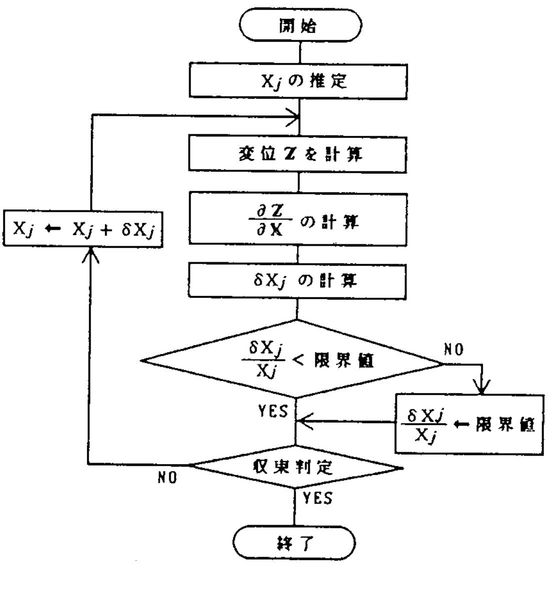
但し L(≧M) は測定変位の数である。 式(5)の必要条件は

$$\sum_{i=1}^{L}\left(Z_i - d_i + \sum_{j=1}^{M}\frac{\partial Z_i}{\partial X_j}\delta X_j\right)\frac{\partial Z_i}{\partial X_k} = 0$$
$$(K=1\sim M)$$

上式を整理すると

$$\sum_{j=1}^{M}\left(\sum_{i=1}^{L}\frac{\partial Z_i}{\partial X_j}\frac{\partial Z_i}{\partial X_k}\right)\delta X_j = -\sum_{i=1}^{L}(Z_i - d_i)\frac{\partial Z_i}{\partial X_k} \qquad (6)$$

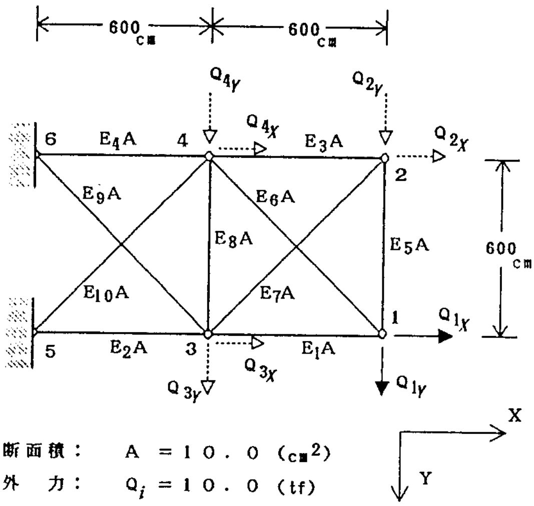
を得る。 式(6)はδX_jに関する M×M の連立方程式（正規方程式）である。 δX_j が求まると X_j を補正し新たに計算を繰り返す。以上の計算手順を図－1に示す。 δX_j がX_jに対して過大であると、解が激しく振動する場合があるため，補正量 δX_jについて $\frac{\delta X_j}{X_j}$ の限界値を設定している。以下の結果は限界値＝0.1として行ったものである。



図－1　解析の流れ図

3．例題とその結果

上記で述べた逆解析の手法を用いて、図－2に示す10部材トラス構造物について解析を行なった。



図－2　モデル構造物

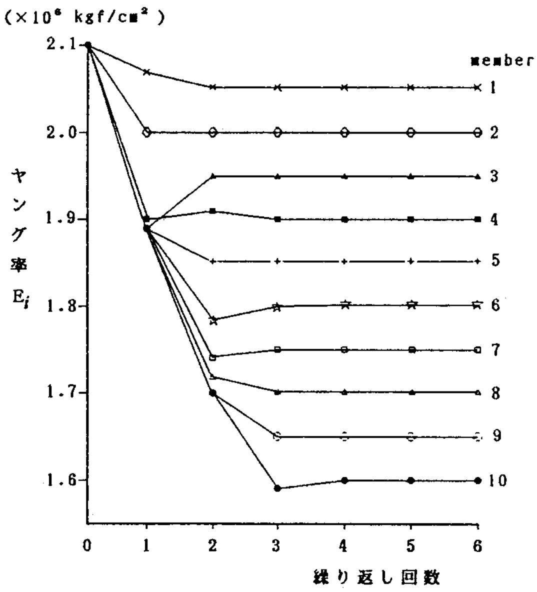
構造物のヤング率Eは各々の部材で
$E_1=2.05*10^6$(kgf/cm²)，$E_2=2.00*10^6$(kgf/cm²)
$E_3=1.95*10^6$(kgf/cm²)，$E_4=1.90*10^6$(kgf/cm²)
$E_5=1.85*10^6$(kgf/cm²)，$E_6=1.80*10^6$(kgf/cm²)
$E_7=1.75*10^6$(kgf/cm²)，$E_8=1.70*10^6$(kgf/cm²)
$E_9=1.65*10^6$(kgf/cm²)，$E_{10}=1.60*10^6$(kgf/cm²)
と設定して解析を行い、得られた変位dを測定値として見なした。外力は節点1，2，3，4 のX軸およびY軸方向のすべて或はその一部に載荷し、変位dの測定も同様である。荷重の載荷点(方向)と変位の測定点(方向)は必ずしも一致していない。また、全ての部材についてE＝$2.1*10^6$(kgf/cm²)を初期の推定値として用いた。

載荷条件、測定条件を変え逆解析を行い、その適用範囲を調べることにした。その結果の一部は表－1に示す通りである。測定条件が同じでも載荷条件が異なれば 1)正しい値に収束する、2)異なった値に収束する、3)発散する。また、逆に載荷条件が同じでも測定条件が異なれば同様のことが生じる。従って載荷条件、測定条件共に適切である組合せの場合のみ正しい結果が得られる。例として6回の繰り返し計算で正しい剛性の値に収束したcase.1の収束の様子を図－2に示す。

case.	載荷点とその方向								測定点とその方向								データの数	判定
	1x,1y		2x,2y		3x,3y		4x,4y		1x,1y		2x,2y		3x,3y		4x,4y			
1	○	○							○	○	○	○	○	○			12	⑥
2	○	○							○	○	○	○			○	○	12	⑥
3	○	○							○	○		○		○		○	10	×
4			○	○					○	○		○		○		○	10	⑥
5			○	○					○	○	○		○		○		10	⑥
6		○		○					○	○	○		○		○		10	Δ_{10}
7		○		○					○	○		○		○		○	10	⑥
8	○			○					○	○	○		○		○		10	×
9		○	○						○	○		○		○		○	10	⑥
10	○	○							○		○	○	○		○		10	⑥
11	○	○							○		○		○	○	○		10	Δ9
12	○		○						○		○		○	○	○		10	⑥
13	○	○							○	○	○	○	○		○		12	⑥
14		○		○		○		○		○		○		○		○	16	×

表－1　計算結果の一例

○　収束した例と計算回数
×　発散
△　異なった値に収束した例と計算回数



図－3　ヤング率 E_i の収束（case.1）

4．おわりに

モデル構造物について、荷重(載荷位置、方向)と測定点(測定位置、方向)を様々に変化させて逆解析を行った。その結果から、安定して逆解析を行う為には適切な外力、変位測定の設定が重要であることがわかった。

5．参考文献

中川　徹・小柳義夫：最小二乗法による実験データ解析，東京大学出版会