

I-284

骨組構造物の有限変位最適設計

熊本大学工学部 正 員 ○小林 一郎

熊本大学工学部 正 員 三池 亮次

1. はじめに 吊橋や長大アーチ橋の最適設計を行う場合、図1に示した通り有限変位解析と最適設計について3重の収束計算が必要となる。筆者らも有限ひずみ仮想仕事の定理による骨組構造解析法を用いた最適設計の研究¹⁾を行なっているが、文献1)では、非線形構造解析はNewton-Raphson法を、最適化手法としては2段階決定法により構造レベルと部材レベルの最適化²⁾を同時に行ない精度の良い解を得た。ただし、図1の解析法(従来法)では厳密解は得られるが、計算時間の点で問題があり、大規模構造に対しては計算効率という点からは必ずしも有効な手法ではなく、実用的な解析法とは言えない。本研究では、構造レベルの設計変数として部材の断面積Aのほかに増分節点変位 Δd を考慮し、変位後の剛性方程式を等号制約条件とする最適設計法を提案し、数値計算例を示して線形解と非線形解の比較を行なう。

2. 有限ひずみ仮想仕事の定理による骨組構造解析 釣り合い状態にある系において、外力Pと部材力Nの間には、接続マトリックスCを用いて $P = CN$ の関係がある。この状態から更に ΔP の荷重増分があったときの増分形剛性方程式は増分節点変位を Δd 、部材剛性マトリックスをK、全体系の剛性マトリックスをGとすると

$$\Delta P = G \Delta d + b \quad (1)$$

ただし、 $G = (C + \Delta C) K (C + \Delta C)^T$

$$b = - (C + \Delta C) K \Delta e_t + \Delta C N$$

Δe_t はひずみ付加ベクトル。

文献1)においては構造レベルの設計変数としてトラス部材の断面積Aを用い、次の最適設計問題を解いている。

目的関数: $W = \rho A^T L \rightarrow \min.$

制約条件: $\sigma - \sigma_a \leq 0 \quad (2)$

$$\lambda - \lambda_a \leq 0$$

$$A_L - A \leq 0$$

ここで、 ρ は材料の単位重量、Lは部材長、 σ は部材の応力度、 λ は細長比、添え字aは許容値(上限値)を表すものとする。Aの下限值 A_L は部材レベルの断面形状と板厚制限から一義的に決定され、構造レベルの制約条件となる。

3. 提案法の概要 従来法によれば変形後の厳密な釣り合式を満足した増分変位 Δd とその状態における最適解 A^* が求まる。提案法では、上記 Δd とAを構造レベルの設計変数とし、図2の流れ図に従い、次の最適設計問題を解くこととなる。

目的関数: $W = \rho A^T L \rightarrow \min.$

制約条件: $\Delta P = G \Delta d + b$

$$\sigma - \sigma_a \leq 0 \quad (3)$$

$$\lambda - \lambda_a \leq 0$$

$$A_L - A \leq 0$$

従来法では、図1の流れ図に示す通り、先ずNewton-Raphson法より式(1)を解き、得られた軸力 $N + \Delta N$ について式(2)の最適

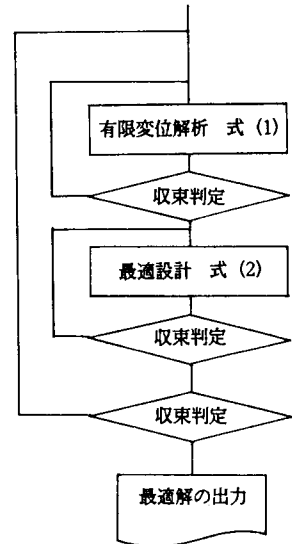


図1 従来法の流れ図

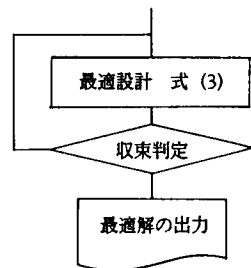


図2 提案法の流れ図

設計を行なうため3重の収束計算が必要となる。式 (1) で Δd を求めるためには連立方程式を繰返し解くこととなる。これに対して提案法において、式 (3) の Δd は最適化計算の各ステップでは既知量となり、剛性方程式に関しては単に所定の精度の範囲内で等号制約

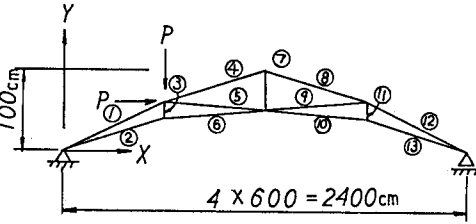


図3 13部材トラスモデル

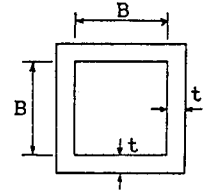


図4 断面形状

条件式を満足すればよく、連立方程式を解く必要はないので従来法に比べて計算効率極めて良い。

3. 数値計算例 図3の13部材トラスの最適設計を行なう。使用鋼材はSM58、弾性係数 $E = 2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$, $\rho = 7.850 \text{ kgf/cm}^3$ とする。部材の断面形状を図4の正方形箱型断面とすると、部材レベルでは部材幅Bと板厚tが設計変数となり、構造レベルからの情報として与えられる断面積A一定の下で、「道路橋示方書・同解説（昭和55年版）」の規定を制約条件として部材の許容応力度 σ 。（式(2), (3)の許容値 σ に対応）の最大化をはかることになる。なお、構造レベルの最適化においてはADS³⁾を使用した。

表1は線形解と非線形解について最適解の比較を行なったものである。全体的に線形解よりも非線形解の断面積の方が小さくなり、総重量で1.1%ほど小さい。ただし、第3, 11部材では軸力は他の部材に比べて小さいが、線形解では引張部材、非線形解では圧縮部材となり、線形解に比べて非線形解の方が断面積が増加している。特に第3部材においては6.6%の増加である。表2は第9, 13部材の最適断面形状を示したものである。計算モデルにおいては設計変数としては断面積、増分変位とも13個ずつ、合計26個である。等号制約のある最適設計は、等号制約のないものに比べて解の収束が格段に遅くなるため、断面積の設計変数についてはリンキング、増分変位の設計変数についても、変位形状の仮定等の手法を用いることが必要であると思われるが、今後の検討課題としたい。

なお、大規模なトラスアーチ構造の計算例については、講演時に報告の予定である。また、室蘭工業大学杉本博之先生にはADSの使用、参考資料の提供等で御協力頂いた。記して謝意を表わす。

参考文献：1) 小林 他：骨組構造物の有限変位最適設計に関する研究、西部支部研究発表会概要集 PP.14-15, 1987. 2) 杉本 他：2段階最適化による格子構造の最小重量設計に関する研究、構造工学論文集 Vol.33A, PP.687-695, 1975. 3) Vanderplaats, G. and H. Sugimoto : A General-Purpose Optimization for Engineering Design, Computers & Structures, Vol.24, PP.12-21, 1986.

表1 最適解の比較

部材 番号	線形解				非線形解				断面積 の 比率
	軸力 N (tf)	断面積 A (cm ²)	部材幅 B (cm)	板厚 t (mm)	軸力 N (tf)	断面積 A (cm ²)	部材幅 B (cm)	板厚 t (mm)	
1	-955.	397.47	52.86	18.2	-826.	349.68	49.58	17.0	0.880
2	992.	381.62	51.80	17.8	868.	333.94	48.45	16.7	0.875
3	49.	18.83	5.09	8.0	-81.	31.22	8.96	8.0	1.658
4	-265.	133.93	30.69	10.6	-232.	120.58	29.12	10.0	0.900
5	-726.	311.81	46.82	16.1	-640.	279.38	44.32	15.2	0.896
6	990.	380.83	51.74	17.8	871.	335.15	48.54	16.7	0.800
7	35.	13.61	3.46	8.0	30.	11.65	2.84	8.0	0.856
8	-265.	133.93	30.69	10.6	-232.	120.55	29.11	10.0	0.900
9	-66.	56.84	16.96	8.0	-60.	54.48	16.23	8.0	0.958
10	330.	126.96	29.88	10.3	291.	111.92	28.05	9.6	0.882
11	17.	6.53	1.24	8.0	-21.	7.96	1.69	8.0	1.220
12	-332.	160.82	33.63	11.6	-290.	144.15	31.84	10.9	0.896
13	331.	127.23	29.91	10.3	290.	111.64	28.02	9.6	0.877
総重量 (tf): $W_L = 10.45$, $W_N = 9.27$, $W_N / W_L = 0.887$									

表2 最適断面の比較

(第9, 13部材のみ)

	線形解	非線形解
第9部材		
第13部材		