

I-283

Two Level Method を用いたトラスの最小重量設計について

八戸工業高等専門学校 正会員 斉藤 進

1. まえがき

節点座標と部材断面を、同時に最適化しようとする、一つの設計空間における変数の数が多くなり、また、収束性の異なる2種類の変数を一緒にして扱うことから、収束性が悪くなる。この様な同時最適化の問題に対しては、変数の数を減し、確実に最適解を得るため、変数を部材断面に関するもの(第1レベル)と、システム全体に関するもの(第2レベル)とに分けて、最適化を行う Two Level Method が適した方法であると思われる。本研究は、第1レベルの最適化にはSLP、第2レベルの最適化には、最急降下法⁽¹⁾、および、SUMTを用いた Two Level Method を、トラスの最小重量設計に適用し、その有用性を明らかにしようとしたものである。

2. Two Level Method

(1) 第1レベル... i番目の部材に対して、

$$g_{ij}(\{Y\}, \{X_i\}) \leq 0, \dots (j=1, 2, \dots, n_i) \dots \dots (1)$$

$$\text{の下で } Z_i = f_i(\{Y\}, \{X_i\}) \rightarrow \min. \dots \dots \dots (2)$$

上式において、 $\{X_i\}$ 、 g_{ij} 、 Z_i は、各々第1レベルにおける設計変数、制約条件式、目的関数である。 $\{Y\}$ は第2レベルで決定される設計変数であり、第1レベルの最適化の間は一定値となる。第1レベルの最適化は、全部材(m)について1本ずつ行われる。

(2) 第2レベル $\{Y^L\} \leq \{Y\} \leq \{Y^U\} \dots \dots (3)$ の下で $Z = \sum Z_i \rightarrow \min. \dots \dots (4)$

上式において、 $\{Y^U\}$ 、 $\{Y^L\}$ は、 $\{Y\}$ の上下限、 Z はシステム全体の目的関数である。この最適化は、最急降下法(SDM)、および、Variable Metric Method を用いたSUMTによって行われ、 $\{Y\}$ が変化する毎に、第1レベルの最適化(Suboptimization)が繰り返される。

3. 計算例

(1) モデルトラス 図1に示したようなトラス(実線)について、部材断面積 A_i を第1レベルの設計変数、主構高 H (ケース1)、上弦節点の y 座標(ケース2)、上弦節点の x, y 座標(ケース3)を、第2レベルの設計変数 $\{Y\}$ とし、トラス全重量(体積)を目的関数として最小重量(体積)設計を行った。断面2次モーメント I と断面積 A との間には、 $I=1.5625 A^2$ を仮定し、第1レベルの制約条件式として次式を用いた。

$$\sigma_{ca} \leq \sigma_i(A_i, \{Y\}) \leq \sigma_{ta}, \quad 1/r \leq 120 \text{ または } 200, \quad A_i \geq 10 \text{ cm}^2 \dots \dots \dots (5)$$

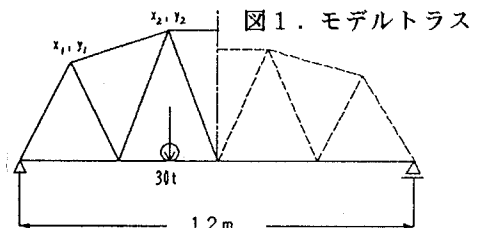
$$\text{ただし } \sigma_{ta} = 1400 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_{ca} = -1400 \dots \dots (1/r < 20)$$

$$\sigma_{ca} = -1400 + 8.4(1/r - 20) \dots \dots \dots (20 \leq 1/r \leq 93)$$

$$\sigma_{ca} = -12000000 / [6700 + (1/r)^2] \dots \dots \dots (1/r > 93)$$

結果は表1に示したが、トラス全体積は、基準となる設計に対して、ケース1で95.9%、ケース2で85.7%、ケース3で85.6%となっている。これらの結果は、SLPによるものとも近い値になっており、また、全域的な最適解であることが確かめられている。ケース3(SUMT)については、得られた x, y 座標によって、図1に破線でもって最適形状を示した。

(2) 道路橋トラス 図2に示した道路橋トラスについて、SUMTを用いた Two Level Method によって主構(実線)の最小重量(体積)設計を行った。この橋トラスの設計に必要な事項や数値は、文献(2)に載せられた設計例と同じである。



第1レベルの最適化は、全部材について、部材長、部材応力、弦材幅B、鋼種が与えられた時、必要な最小部材重量（体積）を決定する問題となる。設計変数は、図3に示した T_u 、 T_w 、 T_l 、 B_u であり、制約条件は、示方書によって規定された条項をすべて考慮している。第2レベルの最適化においては、設計変数 $\{Y\}$ として、ケース1では、主構高Hと弦材幅B、ケース2では、上弦節点のy座標、ケース3では、上弦節点のy座標と弦材幅Bを考えている。目的関数は、トラスの全重量（体積）であるが、鋼種の違いを考慮して $Z = \sum C_i A_i l_i$ としている。 C_i は、鋼種による価格比を表す係数で、SS41の時は1、SM50の時は1.17としている。

結果は、表2に示したが、トラス全体積は、基準とする文献(2)の設計に対して、第1レベルの最適化だけで94.9%、ケース1で91.4%、ケース2で86.6%、ケース3で82.5%となっている。ケース1については、図4のZの等高線図によって、全域的な解であることを示し、また、ケース2については、得られたy座標によって、図2に破線でもって最適形状を示した。

4. あとがき

以上の計算例によって、節点座標と部材断面の同時最適化に対する Two Level Method の有用性がある程度明らかになったと共に、トラスの最小重量設計においては、節点座標の変化の影響が大きいことが明らかになった。計算例(2)のケース2、ケース3においては、最適解が全域的であるかどうか保証はされていないが、最適形状から判断して、設計結果は妥当であるといえる。

参考文献

- (1) Vanderplaats他 "Automated Design of Trusses for Optimum Geometry" J. Struct. Div., ASCE, Vol. 98, ST3
- (2) 菊地、笹戸 "橋梁設計例"

p105-p141 オーム社

ケース No.	全体の 設計変数	Two Level Method (SDM)					Two Level Method (SUMT)					S L P				
		x_1 (cm)	x_2 (cm)	y_1 (cm)	y_2 (cm)	Z ($\times 10^6 \text{cm}^3$)	x_1 (cm)	x_2 (cm)	y_1 (cm)	y_2 (cm)	Z ($\times 10^6 \text{cm}^3$)	x_1 (cm)	x_2 (cm)	y_1 (cm)	y_2 (cm)	Z ($\times 10^6 \text{cm}^3$)
1	H	150	450	267	267	8.134	150	450	267	267	8.134	150	450	266	266	8.134
2	y_1, y_2	150	450	254	339	7.273	150	450	246	332	7.270	150	450	248	331	7.270
3	x_1, x_2, y_1, y_2	171	436	275	355	7.260	163	454	262	343	7.259	161	432	259	336	7.242

初期値 $H=350\text{cm}$ (ケース1), $y_1=300\text{cm}, y_2=400\text{cm}$ (ケース2), $x_1=150\text{cm}, x_2=450\text{cm}, y_1=300\text{cm}, y_2=400\text{cm}$ (ケース3)

表1. モデルトラスの最適値

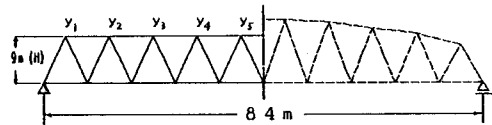


図2. 道路橋トラス

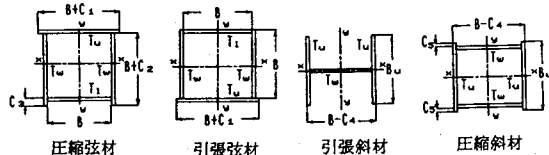


図3. 道路橋トラスの部材断面

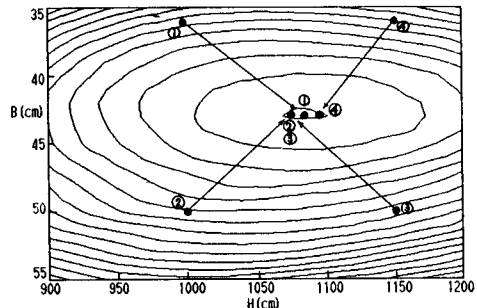


図4. 全体積の等高線（道路橋トラス）

ケース No.	全体の 設計変数	y_1 (cm)	y_2 (cm)	y_3 (cm)	y_4 (cm)	y_5 (cm)	B (cm)	Z ($\times 10^6 \text{cm}^3$)	Zの比
文献(1)の設計		900	900	900	900	900	50.0	8.921	100 %
1次レベルのみ		900	900	900	900	900	50.0	8.464	94.9
1	H, B	(1000) 1084	(1000) 1084	(1000) 1084	(1000) 1084	(1000) 1084	(36.0) 42.9	(8.277) 8.153	
2	$y_1 \sim y_5$	(900) 726	(950) 939	(1000) 1038	(1050) 1154	(1100) 1206	50.0	(8.016) 7.728	86.6
3	$y_1 \sim y_5, B$	(900) 723	(950) 913	(1000) 1049	(1050) 1179	(1100) 1233	(50.0) 40.1	(8.016) 7.357	82.5

表2. 道路橋トラスの最適値（括弧内の数値は初期値）