I-282　先行降伏要素を導入した骨組構造物の最適塑性設計

九州共立大学工学部　○正員　三原徹治
山口大学工学部　　　　正員　古川浩平

1．緒　言

塑性設計は、地震や過荷重による終局荷重以下の荷重レベルでは構造物が塑性崩壊しないことを保証する設計であり、塑性崩壊に至る過程、例えばメカニズム形成に必要な要素が降伏する順序などは考慮されない。しかし、構造物の耐用期間中に、終局荷重以下であるが、いくつかの要素を降伏させる程度の荷重が１度ならず作用することが考えられる。このような荷重を受けたとき、あるいは受けた荷重レベルが不明なときには、構造物の機能点検や維持・補修の見地から要素降伏順序やその荷重レベルがあらかじめ明らかなことが望ましい。

本研究は、上記観点から降伏要素を制御する最適設計法を開発するための第一歩として、骨組構造物を対象に、基本構造に補足的な要素を付加した構造を設定し（この付加要素が他の要素に先行して降伏するとき“先行降伏要素”と呼ぶ）、その最適設計値および弾塑性挙動から付加要素を用いた降伏要素制御について基礎的に検討するものである。

なお、本研究では、作用荷重は比例荷重とし、塑性崩壊以前の局部破壊等は考慮しないものとする。

2．設計・解析手法

(1)基本構造と付加構造：　幾何的条件や設計外力が与えられ、(V-1)個の設計変数($X_1, X_2, \cdots, X_{V-1}$)で表される基本要素からなる構造系を基本構造とし、この基本構造に対して新たな要素を付加した構造系を付加構造と呼び、その付加要素の設計変数をX_Vとする。

(2)最適塑性設計：　付加構造に対する塑性最小重量設計の基本式は、塑性解析の静的定理より式(1)のように表される[1]。すなわち、平衡条件式(1b)と降伏条件式(1c)および付加要素の設計変数X_Vに対する上限値制約式(1d)を満足した上で、重量関数式(1a)を最小にするような設計変数ベクトル$\mathbf{X}$を求めるＬＰ問題である。ここに、式(1d)の$X_V^{max}=0$とおけば、式(1)は基本構造の設計基本式と一致する。ただし、$\mathbf{a}$は重量換算係数ベクトル、$\mathbf{C}$は適合マトリックス、α_0は設計荷重係数、$\mathbf{Q}$は内力ベクトル、$\mathbf{F}$は作用外力ベクトル、$\mathbf{N}$は降伏面における単位法線マトリックス、$\mathbf{R}$は塑性容量係数マトリックス、X_V^{max}は設計変数X_Vの上限値であり、肩字Ｔは転置マトリックスを意味する。

目的関数	$W=\mathbf{a}\mathbf{X}\rightarrow \min$	(1a)
制約条件	$\mathbf{C}^T\mathbf{Q}=\alpha_0\mathbf{F}$	(1b)
	$\mathbf{N}^T\mathbf{Q}-\mathbf{R}\mathbf{X}\leqq \mathbf{0}$	(1c)
	$X_V \leqq X_V^{max}$	(1d)

(3)弾塑性増分解析：　式(1)を解いて得られる設計値の特性を把握するため、要素の挙動を完全弾塑性と仮定したうえで、最適化手法による弾塑性増分解析[2]を式(2)を用いて行う。ただし、αは荷重係数、$\mathbf{\Phi}$は降伏関数ベクトル、$\boldsymbol{\lambda}$は塑性乗数ベクトル、$\mathbf{k}$は集合要素剛性マトリックスであり、記号～,・は前段階の値および増分量、肩字-1は逆マトリックスを示す。

目的関数	$\dot{\alpha}\rightarrow \max$	(2a)
制約条件	$-\tilde{\mathbf{\Phi}}=-\mathbf{\Phi}+\mathbf{S}\dot{\alpha}+\mathbf{D}\boldsymbol{\lambda}$	(2b)
	$\tilde{\mathbf{\Phi}}^T\boldsymbol{\lambda}=0$	(2c)
ただし	$\mathbf{S}=\mathbf{N}^T\mathbf{k}\mathbf{C}(\mathbf{C}^T\mathbf{k}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{F}$	
	$\mathbf{D}=\mathbf{N}^T\mathbf{k}\mathbf{C}(\mathbf{C}^T\mathbf{k}\mathbf{C})^{-1}\mathbf{C}^T\mathbf{k}\mathbf{N}-\mathbf{N}^T\mathbf{k}\mathbf{N}$	

3．数値計算例

図-1に示すような水平荷重を受ける２層ラーメンを基本構造とし、破線で示す要素を導入した付加構造(Ｌ＝400cm、数字は節点番号)について、数値計算を行った。設計においては、荷重Ｐ＝5t，設計荷重係数$\alpha_0=1.7$,各要素の降伏応力度$\sigma_y=2.4\mathrm{t/cm^2}$とし、設計変数には全塑性モーメント$X_i$(i=1,2,・・・,5)を選び、付加要素の設計変数X_5に対する上限値X_5^{max}を逐次変化させた。得られた設計値に対する弾塑性増分解析には、弾性係数E=2100t/cm²および式(3)に示す全塑性モーメントX_iと断面２次モーメントI_iの近似関係式[3]を用いた。

$$柱：I_i=(X_i/0.78\sigma_y)^{3/4},\quad はり：I_i=(X_i/0.58\sigma_y)^{3/4} \qquad (3)$$

図-2に設計結果（X_5^{max}と最適値X_iおよび重量関数値Wの関係）を示す。図-2より、最適値はX_5^{max}の変化に応じて連続的に変化し、X_5^{max}が大きくなるとX_1～X_4およびWは線形的に減少するが、その傾向はX_5^{max}=25.5までで、それより大きなX_5^{max}を与えても最適値は変化しないことがわかる。図-3は、X_5^{max}の各値により得られた各設計に対して弾塑性増分解析を行ったときの、順次降伏が生じる荷重係数と節点番号を示している。図-3より、X_5^{max}が6.6より小さい場合には初期降伏は基本要素である節点1,8に生じ、付加要素が先行降伏要素として機能するのは6.6≦X_5^{max}の範囲であることがわかる。その範囲では、初期降伏荷重係数と基本要素が初めて降伏する荷重係数との差$\Delta\alpha$は、X_5^{max}の増大につれて大きくなり、X_5^{max}=18.0のとき最大$\Delta\alpha$=0.213を示し、以後$\Delta\alpha$は減少する。図-2,3より、重量が最も小さいことからはCの設計($\Delta\alpha$=0.160)が、$\Delta\alpha$が最も大きいことからはBの設計($\Delta\alpha$= 0.213)が、先行降伏要素X_5が他の要素より小さくかつ$\Delta\alpha$が最も大きいことに着目すればAの設計($\Delta\alpha$=0.091)がそれぞれ最適な設計となる。

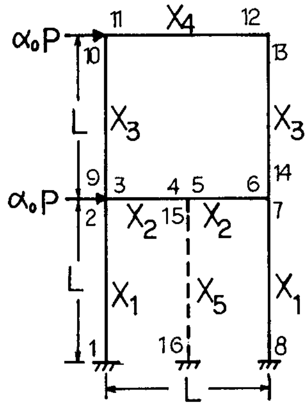

図-1：２層ラーメン

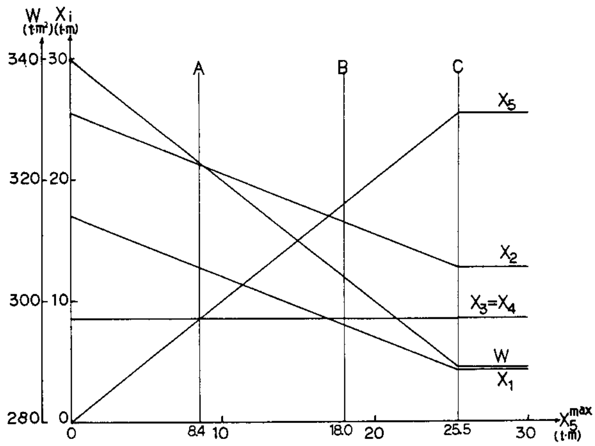

図-2：設計結果(X_5^{max}とX_i,Wの関係)

4．結　言　本研究は、骨組構造物を対象とし、付加構造に関する塑性最小重量設計およびその最適設計値に対する弾塑性増分解析より、付加要素を用いた降伏要素制御について基礎的に検討したもので、得られた結果をまとめると以下のようになる。

(1)付加要素が先行降伏要素として機能する設計領域が存在する。

(2)上記領域においては、初期降伏荷重係数と基本要素が初めて降伏する荷重係数との差$\Delta\alpha$は、付加要素の上限値X_U^{max}の増大につれて大きくなる傾向を示す。しかし、$\Delta\alpha$を最大にするX_U^{max}は、構造重量を最小にするX_U^{max}とは一致しない。

(3)付加構造に関する最適性の規準は種々考えられ、多目的問題として定式化することが適当と思われる。

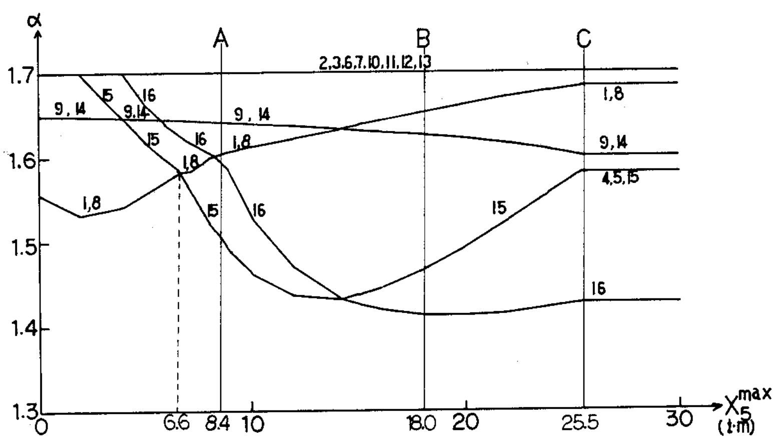

図-3：弾塑性増分解析結果
（各設計値における降伏荷重係数と降伏節点番号の関係）

参考文献

1)石川ら：土木学会論文報告集，第279号，pp.45～59，1978.11.

2)佐藤ら：土木学会論文集，第350号，pp.217～226，1984.10.

3)Nakamura, Y. et.al.:MIT Report, pp.68～72, 1968.2.