

1. はじめに

トラスの最適設計を構造レベルの最適化と断面レベルの最適化に分離して解く、いくつかの2段階最適化手法が開発されている。この断面レベルの最適化は、各部材で行われ、しかも構造レベルの最適化において数多く繰り返し計算されるものであるから、効率的であることが要求される。本論では、断面レベルの最適化を必要最小断面積で整理するものとし、この時有効と考えられる最適部材の断面積と断面2次モーメントの関係を明らかにし、これを応用した必要最小断面積の簡単な近似式を示す。この方法によれば、断面レベルの最適化は関数値を求めることにすぎなくなり、非常に効率的となる。

2. 一般断面の断面積と断面2次モーメントの関係

最適化と関わりなく、正方形箱型断面の断面積（ A ）と断面2次モーメント（ I ）は、板厚 t によって、図1に示す関係にある。すなわち、断面2次モーメントと断面積を

$$I = a A^b \quad (1)$$

の関係で考える時、係数 b は、充実断面の場合には2であるが、一定板厚の中空断面では、約3となることが示されている。断面が大きくなる程、板厚が厚いことを考慮すれば、係数 b は2から3の間にあると考えられる。円、あるいは楕円についても、正方形断面と係数 a は異なるものの、係数 b は充実断面の時とは2となり、一定板厚の中空断面では約3となる。このため、係数 b は断面の中空の度合を示すパラメータ、係数 a は形の変化を示すパラメータと考えられる。係数 b が3となる時、(1)式の左右の次元から、 a は $1/\text{cm}^2$ の単位を持つ。

3. 最適断面の断面積と断面2次モーメントの関係

制約条件を道路橋示方書（昭和55年）に従い、目的関数を部材断面積として、正方形箱型断面部材が軸圧縮力を受ける時の最適断面を求め、断面積と断面2次モーメントの関係を描くと、図2となり、部材長に関わらず近似的に、

$$I = 0.0181 A^{2.98} \approx A^3 / 7.43^2 \quad (2)$$

と考えられる。ここで、パラメータ7.43は cm の単位を持っている。

4. 最小断面積の近似式の導入

正方形箱型断面の軸圧縮力 P を受ける部材長 l の最適断面は、局部座屈を考慮する板厚にはなっていないため、細長比 l/r を表1に示す k_1 から k_2 に限ると、許容応力 σ_a は次式で与えられる。

$$\sigma_a = \sigma_{\text{容}} - k_3 (l/r - k_1) \quad (3)$$

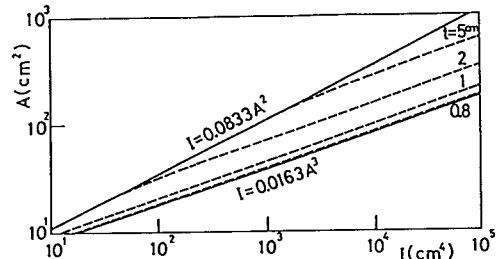


図1 正方形箱型断面のAとIの関係

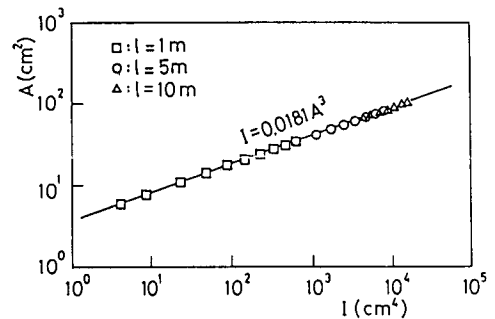
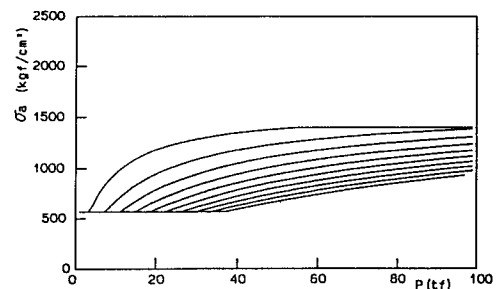


図2 最適断面のAとI（正方形箱型、SM41）

表1 $\sigma_{\text{容}}$ と k_i パラメータ

鋼種	$\sigma_{\text{容}}$	k_1	k_2	k_3
SM41	1400	20	93	8.4
SM50	1900	15	80	13
SM53	2100	14	76	15
SM58	2600	18	67	22

図3 最適許容応力（SM41, 上から $l=1, \dots, 10\text{m}$ ）

(2)式を(3)式に代入すると、最小断面積は次式となる。

$$A = l_i / (\alpha' \beta') + P_i / \beta' \quad (4)$$

ここで、 $\alpha' = 1 / (7.43 k_3)$ 、 $\beta' = \sigma_{0.02} + k_1 k_3$ (5)

(4)式は、正方形箱型断面に対し得られた図3に示す最適許容応力 σ_{opt} の曲線の近似からも求められる。

すなわち、 σ_{opt} 曲線の曲線部分を

$$\sigma_{opt} = \alpha^* \beta^* P_i / (1 + \alpha^* P_i) \quad (6)$$

と考え、各部材長毎に σ_{opt} 曲線との誤差を最小とする α^* 、 β^* を求めると図4となる。この図から、部材長 l_i に対し、 α^* は双曲線のように変化し、 β^* は一定値となっているので、

$$\alpha^* = \alpha / l_i, \quad \beta^* = \beta \quad (7)$$

とおくと、(6)式は

$$\sigma_{opt} = \alpha \beta P_i / (l_i + \alpha P_i) \quad (8)$$

となる。(8)式から、最小断面積 A は

$$A = l_i / (\alpha \beta) + P_i / \beta \quad (9)$$

となり、(4)式と一致した関係式となっている。(4)、(9)式で使われるパラメータを計算すると、表2となり、良い一致を見せている。

5. 最小断面積のまとめ

軸圧縮力を受ける正方形箱型断面の最小断面積 A_{ii} を決定するアクティブな制約条件は、a) 最小板厚と最大細長比、b) 許容応力と最小板厚、および c) 鋼種によって異なる許容応力の最大値 $\sigma_{0.02}$ の3ケースのいずれかである。そこで、この3ケースの最小断面積をそれぞれ A_{s1} 、 A_{st} および A_0 とすると、次のように表現される。

1) A_{s1} : 最小板厚 $t_c = 0.8 \text{ cm}$ と最大細長比 $(l/r)_0 = 120$ の連立方程式から、次のように求められる。

$$A_{s1} = 1.6 \{ 24 (l_i / 120)^2 - 1.6^2 \}^{0.5} \quad (10)$$

2) A_{st} : これは、(9)式で近似される。

3) A_0 : 許容応力の最大値 $\sigma_{0.02}$ で決定している場合である。このため、断面積 A_0 は鋼種によってのみ異なる定数 $\sigma_{0.02}$ から、(11)式で求められる。

$$A_0 = P_i / \sigma_{0.02} \quad (11)$$

この結果 1) - 3) から、断面レベルの最適化によって、圧縮部材の必要最小断面積 A_{ii} は

$$A_{ii} = \max (A_{s1}, A_{st}, A_0) \quad (12)$$

となる。この(12)式から求められた A_{ii} を最適解と比較したのが図5である。誤差の最大は数%である。

6. おわりに

このような近似によれば、数%の誤差があるものの、従来に比べて非常に効率のよい断面最適化ができる。精度を高くする必要がある場合には、この方法は、初期の試行時に活用できる。本論で計算されているのは、正方形箱型断面という限られた範囲のものであるが、他の断面についても(2)式のような関係が見いだせると、同様の近似解法が利用できるものと考えている。

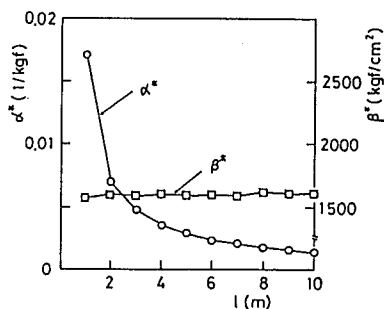


図4 α^* と β^*

表2 パラメータ α 、 β と α' 、 β' の比較

鋼種	α (cm/kgf)	β (kgf/cm ²)	α' (cm/kgf)	β' (kgf/cm ²)
SM41	0.0153	1590	0.0160	1570
SM50	0.0962	2190	0.0103	2100
SM53	0.00911	2290	0.00897	2310
SM58	0.00689	2800	0.00612	3000

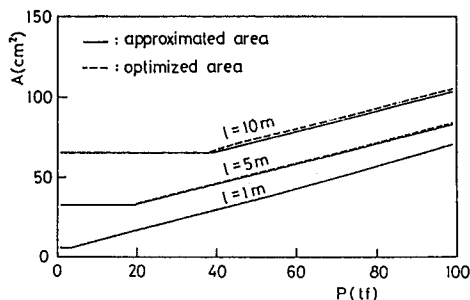


図5 最小断面積の最適解と近似解 (SM41)