

I-277 鋼橋における施工誤差のシステム同定

川崎重工業(株) 正会員 梅田聡
川崎重工業(株) 正会員 坂井藤一

1. まえがき

鋼橋の設計、製作および架設の各過程において誤差が存在すると、完成時の形状や応力状態(精度)は所定の値とならない。この完成時の精度を保持するためには、種々の誤差とそれらが及ぼす影響を的確に把握し、工場での製作精度、現場での架設精度を検討するとともに、場合によっては設計値の変更などの対策を施すことが重要になる。本研究は、先に提案した確率有限要素法により誤差要因が完成後の施工精度に及ぼす影響を検討し、さらに実橋の架設管理を対象として、測定データより最小2乗法を応用して未知なる誤差要因を同定する、いわゆる逆問題手法について検討したものである。

2. 確率有限要素法

構造物を形成する各部材に確率的に変動する誤差要因が存在するものとする。この誤差要因には死荷重、剛性などの設計時推定に伴う誤差や、剛性、部材長、目違い、角折れなどの製作、架設時に発生すると思われる誤差があるが、解析上、すべて部材の誤差として扱うことにする。確率的変動量をもつ部材を組立てた時の構造物の形状や応力を考えると、形状誤差の平均値 $\bar{x}$ 、変動成分 Δx はそれぞれ式(1)、(2)で表わされ、応力誤差もこれより求められる。¹⁾

$$x = \bar{K}^{-1} \cdot (p - k \cdot X_D) \quad (1)$$

$$\Delta x = \bar{K}^{-1} \cdot (\Delta p - \Delta k \cdot \bar{X}) \quad (2)$$

ただし、

$k, \Delta k$ は剛性誤差の平均値、変動成分
 $p, \Delta p$ は荷重誤差の平均値、変動成分
 $K_D, \bar{K} = K_D + k$ は

剛性の設計値、平均値

$X_D, \bar{X} = X_D + x$ は

変位の設計値、平均値

3. 誤差同定手法

ある架設過程における形状、応力の測定データと誤差要因の関係は、測定誤差を考慮すると、式(1)、(2)の誤差要因と施工精度の線形関係式と同様の式(3)となる。 r の最適推定値 $\hat{r}$ は最小2乗法を適用して、目的関数(4)を最小とすることで決定でき、式(5)のように表わせる。測定データ数は推定すべき誤差要因より多くとる必要があり、一般に多くとるほど推定精度は向上する。しかし、実際の測定データは、桁、塔の形状やケーブル張力に限定されることが多く、データ数が不足する場合がある。そこでデータ数を補う意味で重複計測データを利用する手法が考えられる。この際、Kalman Filter を応用する。つまり、 k 回の重複測定データ(式(6))から最小2乗法により最適推定値 $\hat{r}_k$ は式(7)のようになり、さらに測定回数を増やした時の $\hat{r}_{k+1}$ は $\hat{r}_k$ を用いて式(8)で表わせる。なお、式(8)中の第2項は $(k+1)$ 回目の測定データによる推定値の補正項と考えられる。この手法を用いると、重複測定データによる最適推定値の関係を漸化式に置き換えることができ、増えたデータを逐次処理するので、通常の測定データを一括して処理する方法に比べて計算機の容量が少なく済み、取り扱いが容易である。

$$\tilde{y} = h_y \cdot r + \epsilon \quad (3)$$

ただし、

$\tilde{y}$ は測定値(設計値との差)

h_y は各種誤差要因の影響マトリックス

r は部材の誤差要因の総称

ϵ は測定誤差

$$\Pi = \epsilon^T \cdot w \cdot \epsilon \quad (4)$$

ただし、 w は重み係数マトリックス

$$\hat{r} = (h_y^T \cdot w \cdot h_y)^{-1} \cdot h_y^T \cdot w \cdot \tilde{y} \quad (5)$$

$$\tilde{Y}_k = H_k \cdot r + E_k \quad (6)$$

ただし、 $\tilde{Y}_k^T = [\tilde{y}_1 \ \tilde{y}_2 \ \dots \ \tilde{y}_k]^T$

H_k, E_k も同様

$$\hat{r}_k = (H_k^T \cdot W_k \cdot H_k)^{-1} \cdot H_k^T \cdot W_k \cdot \tilde{Y}_k \quad (7)$$

$$\hat{r}_{k+1} = \hat{r}_k + R_{k+1} \cdot h_{y(k+1)}^T \cdot W_{k+1} \cdot (\tilde{y}_{k+1} - h_{y(k+1)} \cdot \hat{r}_k) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし、} R_k &= (H_k^T \cdot W_k \cdot H_k)^{-1} \\ &= (\sum h_{yi}^T \cdot w_i \cdot h_{yi})^{-1} \end{aligned}$$

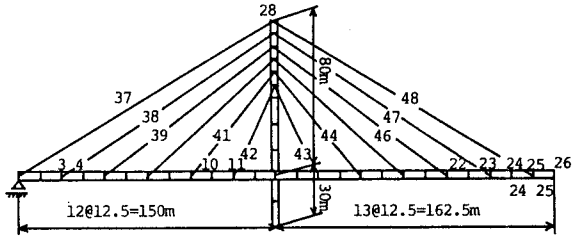


図1 解析モデル

4. 数値計算例

図1に示すような斜張橋が張り出し架設され閉合直前にある場合を想定する。設定した各部材の誤差要因とその誤差量を表1(a),(b)に示す。

(1). 確率有限要素法による解析

設定した誤差要因が統計的に独立であると仮定し、誤差要因の組合わせによる桁、塔の形状やケーブル張力誤差を算定し、これらを測定データの基本量と設定した。

(2). 誤差同定手法の検討

提案する誤差手法の妥当性を、以下の事項について検討した。

(a). 線形近似の影響

測定誤差が存在しないと仮定して、誤差要因に関して線形近似したことの影響を検討した（表2）。

(b). 適切な測定点の選定

誤差要因の影響の大きい測定点を選定することが推定精度向上のために重要であると思われるので、誤差要因と測定点の関係について検討した（表2）。

(c). 測定誤差の影響

測定データにしろる測定誤差が推定精度に及ぼす影響と重複測定の有効性について検討した（表3）。

5. まとめ

確率有限要素法を用いると、誤差要因とその結果として生ずる形状や応力の誤差の確率関係を比較的簡単な式で近似的に求められ、またそれと対の関係である誤差同定手法の有効性が確認された。今後、この手法を鋼橋の架設管理などに実用化していきたいと考えている。

参考文献 1). 竹村、坂井、赤尾：

”鋼橋の施工精度に関する確率論的考察”

土木学会論文集 NO.380 1987年 4月

表1(a) 誤差要因

		標準偏差
ケーブル長		3 mm
ブロック長		1.5mm
角折れ	主桁	1/5,000rad
	塔	1/10,000rad

表1(b) 誤差要因

		設計値	平均値	標準偏差
死荷重	完成時	$W_D = 15.0t/m$	$1.02W_D$	$0.03W_D$
	架設時	$W_D = 10.0t/m$		
主桁剛性		$I_D = 1.5m^4$	$1.05I_D$	$0.05I_D$
ケーブル剛性		$A_D = \begin{matrix} 0.025m^2 \\ 0.01m^2 \end{matrix}$	$1.02A_D$	$0.01A_D$

表2 誤差要因の推定精度 (%)

誤差要因 (種類に大きさ)		測定値		推定値		推定値		推定値		備考
		部材	真値	部材	真値	部材	真値	部材	真値	
CASE 1	垂直	22~28	1.0%	22~28	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	○
	水平	22~28	1.0%	22~28	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	
CASE 2	垂直	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	○
	水平	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	
CASE 3	垂直	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	○
	水平	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	
CASE 4	垂直	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	○
	水平	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	
CASE 5	垂直	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	○
	水平	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	
CASE 6	垂直	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	○
	水平	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	
CASE 7	垂直	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	○
	水平	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	
CASE 8	垂直	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	○
	水平	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	
CASE 9	垂直	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	○
	水平	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	
CASE 10	垂直	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	○
	水平	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	
CASE 11	垂直	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	○
	水平	22~25	1.0%	22~25	1.5%	24	0.0348	25	-0.0175	

垂直、水平 ——— 垂直変位、水平変位
ケーブル ——— ケーブル張力

表3 誤差要因の推定精度

誤差要因			ケース 1		ケース 2	
種類	部材	真値	$\hat{\epsilon}_1$	$\hat{\epsilon}_5$	$\hat{\epsilon}_1$	$\hat{\epsilon}_5$
重量 (%)	24 25	1.33	1.48	1.58	1.88	1.45
左端角折れ ($\times 10^{-2}$ rad)	24	1.84	3.18	3.38	2.51	2.81
	25	-5.55	-8.28	-7.58	-5.82	-6.58
部材長 [mm]	24	-3.84	-3.18	-3.81	-3.51	-3.83
	25	1.18	0.41	1.73	0.80	1.48
	37	-1.80	1.88	-1.41	-0.11	-1.85
	48	-3.81	-5.72	-4.01	-4.87	-3.81

注1. 測定内容 鉛直変位23~26、水平変位23~26、28
ケーブル張力37~39、46~48

注2. ケース1の変位、ケーブル張力の測定誤差の標準偏差はそれぞれ2mmと5tとした。

ケース2はケース1の2倍の測定精度とした。