I-275　自然斜面のファジィ信頼性解析

鈴中工業(株)　正会員　髙木　淳
武蔵工業大学　正会員　星谷　勝

１．目的

広大な地域内に存在する多くの自然斜面に対して精密かつ詳細なデータを収集し、最近の固有技術を用いて安全性を総点検することは経済的にも労力面でも大変な困難を伴うものである。簡易的な１次調査によって危険度の高いと思われる斜面を抽出してから、詳細な２次調査の検討を行うのが通常の手順である。しかし、１次調査に準ずる簡易的な調査であっても、過去の各種調査例を参考にして、「粘土層から構成される風化の進んだ表層」，「表層深さは３ｍぐらい」，「Ｃ値は平均いくらで±５％の範囲」，「降雨量は比較的少ない地域」等の定性的記述情報と若干の定量的情報を得ることは可能であろう。

本研究は、このような情報量のもとで、単に危険度ランクは云々といった定性的な結論を得るにとどまらず、情報のあいまい性[1]や物性値の統計的変動性を入力情報として、危険度をできるだけ定量的に評価する方法を検討したものである。以下にその解析手順を示すが、定量的評価の基本量として破壊確率[2]を採用した。

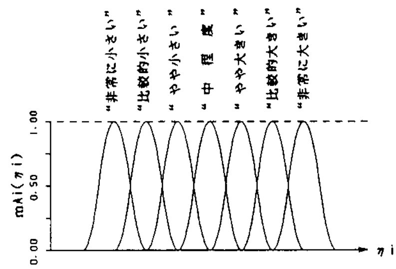
２．信頼性解析

(a)出力；「この斜面は平常時で破壊確率(潜在的崩壊の危険性)$\tilde{P}f$=～の状態にあり、今後t年間では最大日降雨量Γt(mm/day)以内で危険となる確率(許容降雨量を超える確率)は～である。」といった出力を算出する。

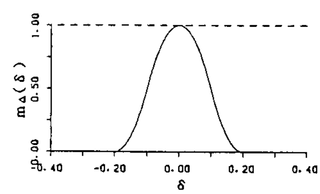
(b)入力；１次調査データを入力とする Expert-System[3]によって、次の情報が得られるものとする。本解析では、これらを入力情報とする。ただし、この Expert-Systemは未完成である。

斜面情報(例)　　　-->　　　帰属度関数

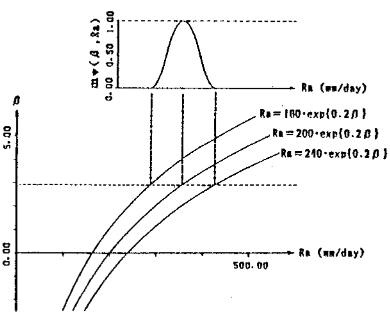
○土質タイプ　　：風化の進んだ粘性土層
○Ｃ(粘着力)
　平均値μ_c　　：比較的大きい-->$m_{A1}(\mu_c)$　[例:図-１]
　変動係数ν_c　：非常に大きい-->$m_{A2}(\nu_c)$　[例:図-１]
○tanφ(φ:内部摩擦角)
　平均値$\mu_{\tan\phi}$　：比較的小さい-->$m_{A3}(\mu_{\tan\phi})$[例:図-１]
　変動係数$\nu_{\tan\phi}$：小さい　-->$m_{A4}(\nu_{\tan\phi})$[例:図-１]
○単位体積重量γ　：中程度　-->$m_{A5}(\gamma)$　[例:図-１]
○推定表層深さ$\tilde{h}_i$　：地点i=aで2.5m程度，地点i=bで4.0m程度
○$\tilde{h}_i$の推測誤差δ　：大きい　-->$m_\Delta(\delta)$　[例:図-２]
○安全性指標βと許容降雨強度RaのファジィΨ関係Ψ
　･･･ 土質タイプごとにΨを用意しておく。解析の際には、複数のΨの中から１つを選択する。[例:図-３]



図－１　Ａｉ の帰属度関数例



図－２　Δの帰属度関数例



図－３　ファジィ関係Ψの例

(c)解析の流れ

斜面表層が、基盤との境界線Ｌに接する円弧すべりにより崩壊するものとする。表層深さh_iはあいまいな量で与えられるために Ｌはファジィ集合となり、任意地点ｉにおけるＬの帰属度関数は

$$m_L(h_i) = \bigvee_{\tilde{h}_i - h_i = \delta \cdot \tilde{h}_i} \{m_\Delta(\delta)\} \qquad \cdots\cdots(1)$$

Ｌに対応して無数のすべり円弧が存在するので、円弧の半径ｒを要素とするすべり円弧の集合Ｇは、Ｌからの写像として与えられる。この帰属度関数を$m_G(r)$とする。このとき、斜面情報のファジィ変数の任意の組合せが存在する程度を表す帰属度関数は

$$m_A(\mu_c, \nu_c, \mu_{\tan\phi}, \nu_{\tan\phi}, \gamma, r)$$
$$= m_{A1}(\mu_c) \wedge m_{A2}(\nu_c) \wedge m_{A3}(\mu_{\tan\phi}) \wedge m_{A4}(\nu_{\tan\phi}) \wedge m_{A5}(\gamma) \wedge m_G(r) \quad \cdots\cdots(2)$$

ここで、斜面崩壊に対する破壊基準式としてFellenius法による評価関数を用い、安全性指標βを求めると

$$\beta = \frac{\mu_Z(r)}{\sigma_Z(r)} = \frac{u(r)\cdot\mu_c + v(r)\cdot\gamma\cdot\mu_{\tan\phi} - w(r)\cdot\gamma}{[\{u(r)\cdot\mu_c\cdot\nu_c\}^2 + \{v(r)\cdot\gamma\cdot\mu_{\tan\phi}\cdot\nu_{\tan\phi}\}^2]^{1/2}} \quad \cdots\cdots(3)$$

$\left[u(r)=\sum_i l_i(r),\ v(r)=\sum_i V_i(r)\cdot\cos\theta_i(r),\ w(r)=\sum_i V_i(r)\cdot\sin\theta_i(r) \right.$

$\left. l_i \right.$：分割片がすべり面を切る弧の長さ，V_i：単位幅当りの分割片の体積，θ_i：分割片とすべり面の傾斜角$]$

半径rが与えられるならば $u(r), v(r), w(r)$が決定し、(3)式よりβが求まる。ところが、(3)式の右辺はμ_c等のファジィ変数から構成されるために、β自身もファジィ変数となる。

いま、半径rが与えられたときの条件付安全性指標を帰属度関数で表せば、(2)式，(3)式より

$$m_{B'}(\beta, r) = \bigvee_{\beta=\mu_Z(r)/\sigma_Z(r)} m_A(\mu_c, \nu_c, \mu_{\tan\phi}, \nu_{\tan\phi}, \gamma, r) \quad \cdots\cdots(4)$$

さらに、r自体もファジィ変数であり帰属度関数$m_G(r)$を有することを考慮するならば、無条件のβのファジィ集合が得られる。すなわち、ファジィ集合Gに属する全てのすべり円弧に対してファジィ集合B'を求め、それらの和集合を求めると、βの帰属度関数が次式のように与えられる。

$$m_B(\beta) = \bigvee_r m_{B'}(\beta, r) \quad \cdots\cdots(5)$$

また、破壊確率Pfを要素に持つファジィ集合Pを次式のように与える。

$$m_P(Pf) = \bigvee_\beta \{C_P(\beta, Pf) \wedge m_B(\beta)\} \quad \cdots\cdots(6)$$

$$C_P(\beta, Pf) = \begin{cases} 1 ; & Pf = 1 - \Phi(\beta) \\ 0 ; & Pf \neq 1 - \Phi(\beta) \end{cases} \qquad [\Phi(*)\ :\ \text{標準正規確率分布関数}]$$

βはファジィ変数であるために、破壊事象Fと非破壊事象Sもファジィ集合となり、各々の帰属度関数は

$$m_F(\alpha) = \bigvee_\beta \{C_F(\beta, \alpha) \wedge m_B(\beta)\} \quad \cdots\cdots(7) \qquad m_S(\alpha) = \bigvee_\beta \{C_S(\beta, \alpha) \wedge m_B(\beta)\} \quad \cdots\cdots(8)$$

$$C_F(\beta, \alpha) = \begin{cases} 1 ; & \alpha \geqq \beta \\ 0 ; & \alpha < \beta \end{cases} \qquad C_S(\beta, \alpha) = \begin{cases} 1 ; & \alpha < \beta \\ 0 ; & \alpha \geqq \beta \end{cases}$$

このとき、ファジィ事象FおよびSの生起確率は、標準正規確率密度関数$\phi(*)$を用いて

$$P(F) = \int_{-\infty}^{\infty} m_F(\alpha)\cdot\phi(\alpha)\,d\alpha \quad \cdots\cdots(9) \qquad P(S) = \int_{-\infty}^{\infty} m_S(\alpha)\cdot\phi(\alpha)\,d\alpha \quad \cdots\cdots(10)$$

のように算出されることより、斜面の破壊確率$\widetilde{Pf}$を次式によって定義する。

$$\widetilde{Pf} = P(F) / \{P(F) + P(S)\} \quad \cdots\cdots(11)$$

次に、降雨の影響を考慮した解析を検討する。許容降雨強度Raを要素とするファジィ集合Cは

$$m_C(Ra) = \bigvee_\beta \{m_\Psi(\beta, Ra) \wedge m_B(\beta)\} \quad \cdots\cdots(12)$$

以下、降雨強度RがRaを超えた状態を危険事象D、超えない状態を安全事象Uと呼ぶことにする。D，U共にファジィ事象であり、それらの帰属度関数は次のように表される。

$$m_D(R) = \bigvee_{Ra} \{C_D(Ra, R) \wedge m_C(Ra)\} \quad \cdots\cdots(13) \qquad m_U(R) = \bigvee_{Ra} \{C_U(Ra, R) \wedge m_C(Ra)\} \quad \cdots\cdots(14)$$

$$C_D(Ra, R) = \begin{cases} 1 ; & R \geqq Ra \\ 0 ; & R < Ra \end{cases} \qquad C_U(Ra, R) = \begin{cases} 1 ; & R < Ra \\ 0 ; & R \geqq Ra \end{cases}$$

ここで、対象斜面が存在する地域における年間最大日降雨量Γ(mm/day)が、グンベル分布等の極値分布[4]に従うものと考える。今後t年間でのファジィ事象DおよびUの生起確率は、t年間における最大日降雨量Γ_tの確率密度関数$f_{\Gamma t}(R)$を用いて

$$P(D_t) = \int_{-\infty}^{\infty} m_D(R)\cdot f_{\Gamma t}(R)\,dR \quad \cdots\cdots(15) \qquad P(U_t) = \int_{-\infty}^{\infty} m_U(R)\cdot f_{\Gamma t}(R)\,dR \quad \cdots\cdots(16)$$

のように算出される。そこで今後t年間での最大日降雨量Γ_tで危険となる確率を、次式によって定義する。

$$P(\widetilde{D}_t) = P(D_t) / \{P(D_t) + P(U_t)\} \quad \cdots\cdots(17)$$

参 考 文 献

1) 浅居喜代治：あいまいシステム理論入門，オーム社，1978.
2) 星谷勝，石井清：構造物の信頼性設計法，鹿島出版会，1986.
3) 田中幸吉：知識工学，朝倉書店，1984.
4) Ang, A. H-S., and Tang, W. H. : Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Vol. II, John Wiley & Sons, Inc., pp. 207-216, 1984.