I-267 超過確率法の精度向上について

建設省 正員 川原 俊太郎
関東学院大学 正員 佐藤 尚次
東京大学 正員 西野 文雄

1．前書き

近年，構造設計に信頼性理論を用いる試みが盛んになされている。信頼性理論の適用方法として，目標とする破壊確率のレベルP_fが与えられたとき，これに対して各変数の設計値をきめることを考える。著者の西野，佐藤らはこれまで既往の設計と整合性の高い信頼性理論の手法として，変数の設計値の超過，非超過確率を安全性の指標にとり，非線形な破壊基準関数を多段階に階層分解して扱う手法を提案してきた（文献1)。この手法は簡便で理解が容易であり，現実の設計基準策定過程に適用可能な成果を含むものと考えているが，破壊確率の推定精度という面では１次ガウス近似法等の既存の手法に比べてやや劣り，改善の余地が残されていた。ここでは精度改善のための方法として，対数正規分布仮定により導かれる理論に変動係数の補正を加える手法を提案する。

2．補正係数の導入

直感的には，実際の破壊確率は強度では平均値より大きい側の確率密度関数の状態に，荷重では平均値より小さい側の確率密度関数の状態に大きく影響されると思える。そこで，正規確率密度関数Φを用いて表わされる超過確率法の破壊確率，荷重の超過確率e_s，強度の非超過確率e_rの関係式

$$P_f=\Phi\left[\frac{\{\ln(1+V_r^2)\}^{1/2}\Phi^{-1}(e_r)+\{\ln(1+V_s^2)\}^{1/2}\Phi^{-1}(e_s)}{\{\ln(1+V_r^2)+\ln(1+V_s^2)\}^{1/2}}\right] \tag{1}$$

中の変動係数 V_r，V_s に、強度では小さい側の，荷重では大きい側の２次モーメントの影響が大きくでるように補正を加えることにする。式(1)から e_r，e_s を求めるに当たって V_r，V_s に代わって、式(2)で定義するC_r，C_s を用いて補正した変動係数$C_r^k V_r$，$C_s^k V_s$を用いることにする（kはべき数）。

$$C_r=\int_{-\infty}^{\mu_r} f_r(x)(x-\mu)^2 dx \Big/ \int_{-\infty}^{\mu_r} f_{r\,\ln}(x)(x-\mu)^2 dx \tag{2a}$$

$$C_s=\int_{\mu_s}^{\infty} f_s(x)(x-\mu)^2 dx \Big/ \int_{\mu_s}^{\infty} f_{s\,\ln}(x)(x-\mu)^2 dx \tag{2b}$$

ここに，$f_r(x)$，$f_s(x)$ は強度，荷重の確率密度関数，$f_{r\,\ln}(x)$，$f_{s\,\ln}(x)$ はそれぞれ強度と荷重の分布と，平均値および変動係数の等しい対数正規分布の確率密度関数である。このような形の補正を採用したのは式(1) が対数正規分布を仮定して導入され，強度，荷重とも対数正規分布するときは目標とする破壊確率P_fと式(1)を用いて超過確率法から決まる破壊確率とが一致するので，対数正規分布の場合に影響の出ない形の補正とするためである。kを大きくすると補正の効果が大きくなり，補正する前と、した後の実現されるの破壊確率の変化が大きくなる。kの値は色々試して最も精度の高いものを選ぶ。

図１は実際に$k=2,4,6,8,10,12$として，$V_s=0.2$, $V_r=0.1$ の場合について数値計算した結果を画いたものである。Nは正規分布，LNは対数正規分布，EX１，２，３はそれぞれ極値Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ型分布を表す。kの値は図１をみると$P_f=10^{-3}$に対しては 6, $P_f=10^{-4}$に対しては 7.5, $P_f=10^{-5}$に対しては 9 前後がよい。P_fが小さくなるとkは大きな値ほどよいことになるが，補正後の精度はどうしても悪くなる傾向にある。実用上は，これにさらにいわゆる安全率を加えるので問題となるP_fの値は10^{-3}～10^{-5}程度の値と推定される。このため，設計値を決める目的に対して，kの値は 6 ～ 8 がよいと思われる。

3．V_r，V_s の組合せの違いによる精度の補正

V_r，V_s の値が違うと精度も違ってくる。図２から明らかなように，$V_s=0.2$, $V_r=0.1$ の方が $V_s=0.1$, $V_r=0.1$ よりも精度は劣る。V_s/V_r の値が大きいほど精度は劣るようである。そこでV_s/V_r が

大きくなるほどｋも大きくして補正効果を上げることを考え，$k=6\cdot(V_s/V_r)^{1/2}$ を選んだ。変動係数の比の平方根を取ったのは変動係数の比のままではｋが大きすぎて、実現される破壊確率が大きくなり過ぎるからである。こうして補正した結果を図３に示す。図２と比較して精度がかなり改善されている。

４．結語

本論文で取り上げた超過、非超過確率法の改良法は精度の向上に有効であり，かつ C_r，C_s は簡単に求まるパラメターであるうえ，感覚的にも理解し易いものである。ガウス１次近似法に含まれるラクビッツらの手法と比較しても、簡便さにおいてはるかに優れていると言えよう。

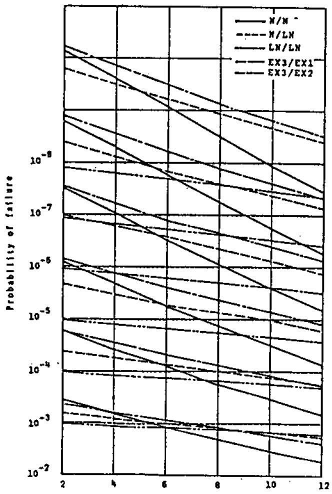

図１　Index of Correct Coefficient C^n : n

Variation of Actual Probability of Failure
by the Proposed Design of Correct Coefficient C_s^n, C_r^n
with Design Probabilities 10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}, 10^{-7}, 10^{-8}
$V_s=0.2$ $V_r=0.1$

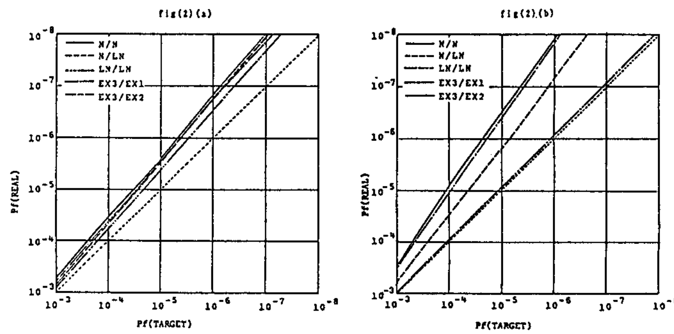

図２　Correlation between Real Failure Probability and Target Failure Probability by the Proposed Design2
(a) $V_r=0.1$, $V_s=0.1$ (b) $V_r=0.1$, $V_s=0.2$ (c) $V_r=0.05$, $V_s=0.1$
(d) $V_r=0.1$, $V_s=0.05$ (e) $V_r=0.2$, $V_s=0.1$ (f) $V_r=0.2$, $V_s=0.2$

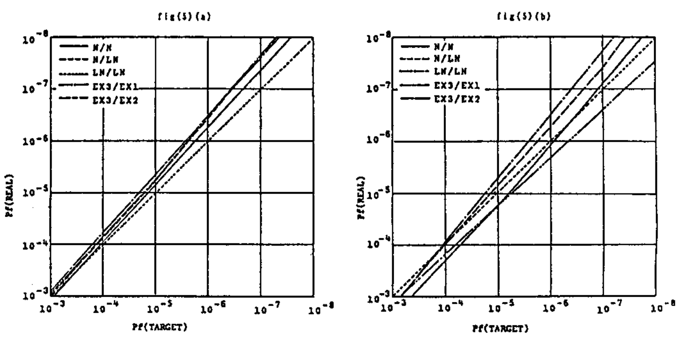

図３　Correlation between Real Failure Probability and Target Failure Probability by the Proposed Design3
(a) $V_r=0.1$, $V_s=0.1$ (b) $V_r=0.1$, $V_s=0.2$ (c) $V_r=0.05$, $V_s=0.1$
(d) $V_r=0.1$, $V_s=0.05$ (e) $V_r=0.2$, $V_s=0.1$ (f) $V_r=0.2$, $V_s=0.2$

1）　佐藤，長谷川，西野：「多段階分析による非線形破壊基準関数の処理について」、構造工学論文集、Vol. 34A、昭和６３年３月