I-262　信頼性解析における層別サンプリング法について

日野市役所　正会員　萱嶋　弘明
武蔵工業大学　正会員　星谷　勝

1，はじめに

構造物の破壊確率を求める手法には，理論解法，近似理論解法，シミュレーション法がある。理論解法は，破壊限界線を破壊領域で積分する手法である。しかし，一般には多重積分となり，性能関数が複雑だと実行が不可能である。

近似理論解法は，確率変数が非正規分布であるときや，確率変数間に相関があるときや，性能関数が複雑な非線形式で表せるときに，破壊確率における誤差の検討が必要になる。

シミュレーション法は，サンプル数が十分大ならば近似理論解法のように破壊確率における誤差の検討を行う必要がなく，理論解に近い破壊確率を求めることができる手法である。しかし，シミュレーション法は１つ１つのサンプルを抽出し，破壊したサンプル数と全サンプル数の比によって破壊確率を求める手法であるため，破壊確率が小さくなると多くのサンプルが必要になる。つまり，シミュレーション回数が膨大になる。

本研究では，層別サンプリング法[1)2)]を拡張し，理論解に近い値を求めることができるシミュレーション法のシミュレーション回数の効率化を図ることを目的にした。

2，層別サンプリング法の検討

部材の破壊事象を性能関数Ｚを用いて示すと式(1)で与えられる。

$$Z = g(X, Y) \quad [X = \{x_1, x_2, \cdots, x_n\} \quad Y = \{y_1, y_2, \cdots, y_m\}] \tag{1}$$

ＸとＹは確率変数である。性能関数と破壊事象との関係は，

$$Z > 0 \quad \text{破壊しない} : Z \leqq 0 \quad \text{破壊する} \tag{2}$$

である。Ｘが大きい値になるとＺは大きくなり，Ｙが大きい値になるとＺは小さくなるように整理して，Ｚを増大させる作用をする確率変数Ｘを正の確率変数と称し，Ｚを減少させる作用をする確率変数Ｙを負の確率変数と称することにする。本手法は，初めに全ての確率変数の全領域をN_iに分割する。そしてＸとＹの層の組合せごとにサンプリングの必要の可否を判断し，計算の効率化を図る手法である。正の確率変数は，N_iに分割した層を分布関数値の下から1,2,…,N_iと番号を付ける。負の確率変数は、上から1,2,… ,N_iと番号を付ける。正の確率変数Ｘの１つの層の最大値をX_{max},最小値をX_{min}として，負の確率変数Ｙの1つの層の最大値をY_{max}，最小値をY_{min}とする。すると，この層の組合せによる性能関数Ｚが示す値の範囲は，

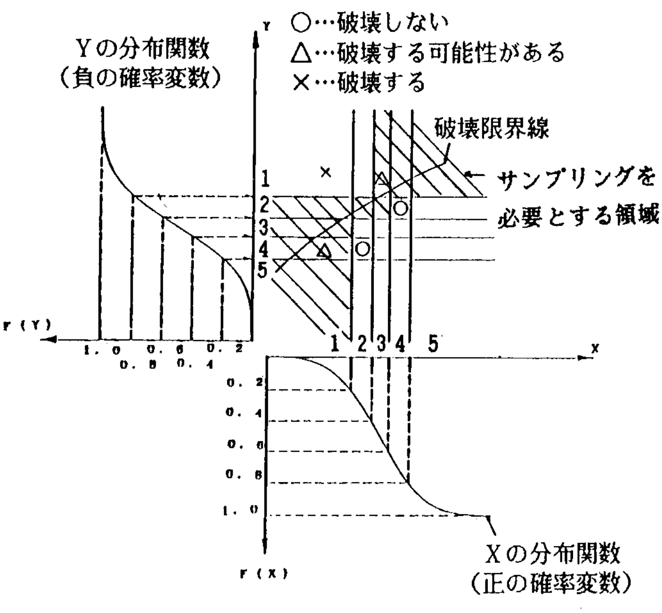

図１　シミュレーションの様子

$$g(X_{min}, Y_{max}) \leqq Z \leqq g(X_{max}, Y_{min}) \tag{3}$$

である。この層の組合せに対して，サンプリングを行うとき式(2)と式(3)より，

$g(X_{min}, Y_{max}) > 0$　　いかなるサンプル値のときでも破壊しない　（４）

$g(X_{min}, Y_{max}) \leqq 0 \cap 0 < g(X_{max}, Y_{min})$　　サンプリングを実行する　（５）

$g(X_{max}, Y_{min}) \leqq 0$　　いかなるサンプル値のときでも破壊する　（６）

である。式(4)と式(6)は非破壊・破壊の状態が確定しているため，式(5)を満足するときにシミュレーションを行えばよい。式(4)または式(6)が満足されるときは，シミュレーションを行う必要がないので，その分がシミュレーション回数の短縮になる。確率変数の数ｍ，分割数$N_{i, i=1,2,\cdots,m}$のとき，層の組合せ総数Ｓは，

$$S = \prod_{i=1}^{m} N_i \tag{7}$$

である。式(5)に当たる層の数が全体でｎ個となれば，シミュレーション時間の短縮率Ｔは，

$$T = n / S \tag{8}$$

である。また１対の層の組合せから抽出するサンプル数をＬとし，式(5)に相当するｎ個の層の組合せから破壊するｻﾝﾌﾟﾙがＫ個発生し，式(6)に相当する層の組合せがＪ個存在したときの破壊確率P_fは，次式で表せる。

$$P_f = (K + J \times L) / (S \times L) \tag{9}$$

以上より，正の確率変数Ｘと負の確率変数Ｙの破壊の状態が図1に示すときのシミュレーション法を検討する。Ｘは正の確率変数であるので，分布関数値の下から1,2,…,5と番号を付ける。Ｙは負の確率変数であるので，上から1,2,…,5と番号を付ける。また層の組合せは，（Ｘの層番号，Ｙの層番号）の形で表す。

まず最初に(1,1)の破壊の状態を見る。この小領域は，破壊限界線の外側にあるので式(6)であり破壊する。次に(1,2)は、破壊限界線がこの小領域に交わっているので式(5)であり破壊する可能性がある。このときはシミュレーションによって破壊確率を求める。(1,3),(1,4),(1,5)も同様である。次に(2,1)は式(6)であり必ず破壊する。(2,2)は式(5)であるので破壊の可能性がある。しかし，(2,3)は破壊限界線の内側にあるので式(4)に対応し破壊しない。それ以降の層の組合せ(2,4)と(2,5)は式(4)になるので破壊しないことは明白であり，(2,3)を破壊の検討をした後に，(3,1)の破壊の検討に移る。

このように見ると図1でシミュレーションを必要とする小領域は(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(2,2),(3,1),(3,2),(4,1),(5,1)の９箇所である。式(7)より層の組合せ総数Ｓは，

$S = 5 \times 5 = 25$

であるので，式(8)よりシミュレーション短縮率Ｔは，

$T = 9 / 25 = 0.36$

である。これは通常のモンテカルロシミュレーションに比べて，シミュレーション回数が36/100に短縮されることを意味する。

なお，数値計算例は講演の際に示すこととする。

４，結論

ここで検討した層別サンプリング手法を用いることにより，モンテカルロシミュレーションによるよりも，少ないシミュレーション回数によって信頼性解析が可能となる。また確率変数間に相関があるときは，従来の手法にここで検討した手法を導入することにより，同様の結果が得られる。

今後残された問題として，確率変数が非正規確率変数として与えられるときのサンプリング手法を確立することである。

＜参考文献＞

1) Schueller,G.I, Bucher,C.G, Bourgund,U and Ouypornprasert,W,On Efficient Computational Schemes to Calculate Structural Failure Probabilities, Institute of Engineering Mechanics, University of Innsbruck A-6020 Innsbruck, Austria, 1987.

2) Rubinstein,U., Simulation and the Monte Carlo Method, John Wiley & Sons, New York,1981