

I-116 静的不安定性を伴い複数の倒壊モードを有する構造物の動的破壊

宇都宮大学 正員 ○中島章典、宇都宮大学 正員 阿部英彦
 東北大学 正員 倉西 茂、安藤建設 正員 太田清文

1. はじめに

圧縮軸力を受けている柱が動的外力を受けると、座屈荷重より小さい圧縮軸力作用下で、動的外力による変形のために、柱が不安定となる場合がある。このような静的不安定性を有する1自由度系の動的破壊を規定する応答量は、動的外力によるエネルギー入力から履歴減衰エネルギーを差し引いた有効エネルギー入力であることが明らかにされている¹⁾。しかし、多自由度系では複数のばねによって吸収エネルギーが配分されるために、その挙動は複雑になり、動的破壊を規定する応答量も1自由度系の場合とは異なると考えられる。そこで、多自由度系として最も基本的な2自由度系を対象として、数値計算をもとに、このような動的破壊を規定する応答量を明らかにするため、構造物の倒壊モードとエネルギー応答量の関係等を検討した。

2. 運動方程式

図1のような、静的荷重 P_2 だけが作用し、質点(質量 m_1, m_2)、剛棒(長さ l_1, l_2)、回転ばね(ばね定数 k_1, k_2)よりなる2自由度系に水平方向の動的外力(f_1, f_2)が作用するときの運動方程式は、幾何学的非線形性および粘性減衰を無視すると次式で与えられる。

$$\begin{aligned} Q_1 m_1 \ddot{x}_1 + (Q_1 + Q_2) m_2 \ddot{x}_2 + R_1 &= P_2 x_2 + Q_1 f_1 + (Q_1 + Q_2) f_2 \\ Q_2 m_2 \ddot{x}_2 + R_2 &= P_2 (x_2 - x_1) + Q_2 f_2 \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 R_1, R_2 は回転ばねの復元モーメントであり、その特性は図2に示すように完全弾塑性型であるとする。式(1)をマトリックス形で書き改めれば、

$$L M \ddot{x} + R - P x = L F \quad (2)$$

となる。上式の運動方程式を水平方向のつり合いで示せば、

$$M \ddot{x} + L^{-1} \{R - P x\} = F \quad (3)$$

と表される。これは通常の運動方程式と同形であり、数値積分による弾塑性動的応答解析が可能である。また、上式の第2項が系の復元力を示す。

3. 動的倒壊モード

2自由度系の動的破壊は以下のようなモードで生ずると考えられる。つまり、塑性化がばね1のみに集中して倒壊する場合(タイプ1)、ばね2のみに集中して倒壊する場合(タイプ2)およびばね1、2の両方が塑性化して倒壊する場合(タイプ3)である。式(3)左辺第2項の系の復元力において $k_1 = k, k_2 = \eta k, Q_1 = Q_2 = Q, P_2 = ak/Q, x_2 = \mu x_1$ として、塑性化がばね1のみに集中する場合の系の復元力特性を概念的に示すと、 R_1', R_2' について図3(a)、(b)のようになる。したがって、 R_1' の復元力がゼロとなる変位 $x_1 = x_{cr}$ において、系の吸収可能なひずみエネルギーは最大になると考えられる。つまり、1自由度系の場合と同様に x_{cr} が限界変位であり、このときまでの吸収可能なひずみエネルギー E_{su} は、

$$E_{su} = E_1 + E_2 = E_{y1} \left\{ \frac{1}{(\mu-2)(2\eta-a)} - 1 + \frac{(\mu-2)(\eta-a)-a}{(\mu-2)^2(2\eta-a)^2} \right\} \quad (4)$$

と表される。ここに、 E_{y1} は、ばね1の降伏ひずみエネルギーであり、 $E_{y1} = k(x_y/Q)^2/2$ と表される。

塑性化がばね2のみに集中する場合および両方のばねが塑性化する場合の吸収可能な最大ひずみエネルギーも同様に求めることができる。上述では、 $x_2 = \mu x_1$ の仮定に基づいて、系の復元力特性等が簡略化されているが、変数 μ の導入によって、系の復元力特性が概念的に示され、吸収可能な最大ひずみエネルギーを推定することができるならば、この仮定は有効であると考えられる。

4. 数値計算

ニューマークの β 法とニュートンラフソン法を併用した数値計算法により、パラメトリック解析を行い動的応答量を求める。特に、1自由度系の場合の結果を基に、動的終局状態までの有効エネルギー入力 E_{or} (動的外力によるエネルギー入力から履歴減衰エネルギーを差し引いたエネルギー)に及ぼす動的外力の円振動数、

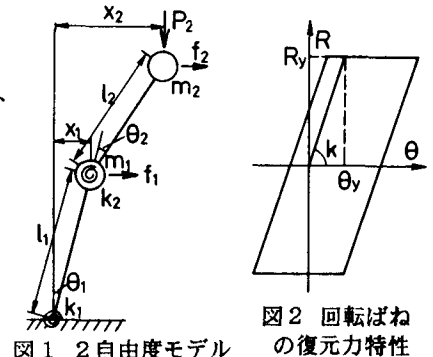


図2 回転ばねの復元力特性

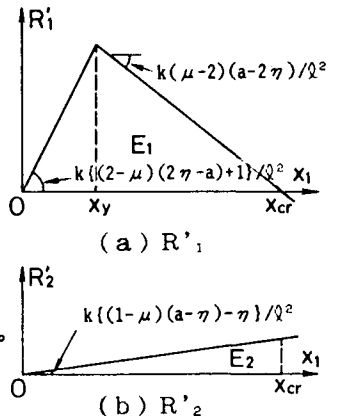


図3 系の復元力特性

ばね定数の比の影響等を検討する。ここでは、回転ばね1、2の降伏回転変位および質点1、2の質量は等しく、静的荷重の大きさを座屈荷重の1/2とし、動的外力は正弦波の支点変位が作用する場合を考える。

(1) 有効エネルギー入力とパワー

図4は、タイプ1について、降伏強度係数 γ ($\gamma = R_{Y1}/(3Q_m Z)$ 、 R_{Y1} :ばね1の降伏モーメント、 Z :動的外力の加速度振幅)と動的終局状態までの動的外力によるエネルギー入力 E_r (○)、有効エネルギー入力 E_{er} (●)およびパワー S_r (△:外力の各時刻における値の2乗の積分値)の関係をjoshiteiru。縦軸がエネルギー入力およびパワーを、横軸が降伏強度係数である。エネルギー入力はばね1の降伏ひずみエネルギー E_{Y1} で無次元化して表している。この図より、動的終局状態までの有効エネルギー入力は γ の値つまり動的外力の振幅によらずばね一定となり、また、パワーの値も γ によってあまり変化しないことがわかる。

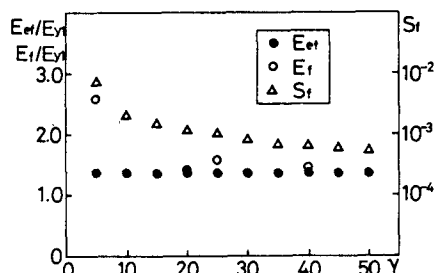


図4 降伏強度係数と有効エネルギー入力およびパワーの関係

(2) 有効エネルギー入力に及ぼす動的外力の円振動数の影響

図5は、正弦波外力の円振動数 ω を0~2rad/sに変化させた場合の円振動数と有効エネルギー入力 E_{er} およびパワー S_r の関係をタイプ1について示したものである。横軸が外力の円振動数を、縦軸がばね1の降伏ひずみエネルギーで無次元化された有効エネルギー入力およびパワーを示している。●が有効エネルギー入力、△がパワーである。図中、 ω_1 、 ω_2 はそれぞれ1次および2次の固有円振動数を示している。2次固有円振動数付近では、ばね2に塑性化が集中するモードで倒壊するため、有効エネルギー入力が大きくなっているが、他の振動数領域では、ばね1に塑性化が集中する倒壊モードであり、有効エネルギー入力はばね一定であることがわかる。しかし、1次固有円振動数付近のパワーに比べて、他の振動数領域のパワーはかなり大きくなっている。これは動的外力の規模から考えて、1次の振動モードから派生する倒壊モードが起きる可能性が大きく、2次の振動モードから派生するモードでの倒壊は起こりにくいことを示していると考えられる。

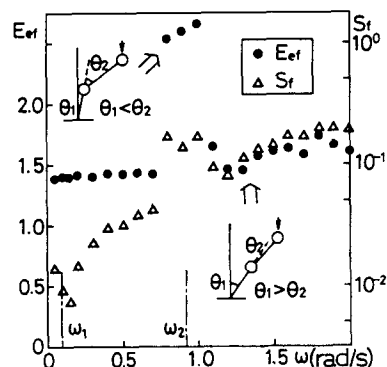


図5 動的外力の円振動数と有効エネルギー入力およびパワーの関係

(3) 有効エネルギー入力に及ぼすばね定数の比の影響

図6は、回転ばね1と2のばね定数の比 η ($k_2 = \eta k_1$)と有効エネルギー入力 E_{er} の関係をjoshiteiru。●がばね1の降伏ひずみエネルギー E_{Y1} で無次元化した値を、△がばね2に塑性化が集中して倒壊する領域において、△がばね2の降伏ひずみエネルギー E_{Y2} で無次元化した値を示している。 η が大きい領域では、1次の振動モードにおける θ_1 が大きく、ばね1に塑性化が集中するモードで倒壊し、 η が小さい領域では、1次の振動モードにおける θ_2 が大きく、その倒壊モードはばね2に塑性化が集中するモードになっている。有効エネルギー入力が最も大きいところは、両方のばねが塑性化してエネルギーを吸収するような倒壊モードである領域を示す。ばね定数の比によって、有効エネルギー入力は変化するが、これは、ばね定数の比とともに座屈荷重が変化し、たとえば式(4)の a の値、つまり吸収可能なひずみエネルギーを変化させるからであると思われる。また、両方のばねが塑性化する系が、エネルギー吸収量が大きく、動的破壊を生じさせないためには有利な構造であると考えられる。

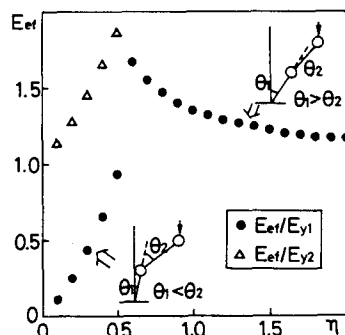


図6 ばね定数の比と有効エネルギー入力の関係

5. おわりに

静的不安定性を有する2自由度系の動的破壊を規定する応答量は、1自由度系の場合と同様、有効エネルギー入力である。しかし、倒壊モードやばね定数の比によって、有効エネルギー入力の値は変化することがわかった。最後に、この研究は科学研究費の補助を受けたことを付記する。

《参考文献》 1) 中島他: Dynamic failure of structures ~、土木学会論文集、No.386/I-8, 1987, 10