

I-94

断面力表示構成則を用いた 鋼骨組構造物の弾塑性有限変位解析

○ 日本電信電話㈱ 正 員 柴田輝昭
名古屋大学 正 員 宇佐美勉
名古屋大学 正 員 水野英二

1. はじめに コンピュータの発達や、FEMをはじめとする種々の計算方法の進歩により、鋼骨組構造物の弾塑性解析の精度は向上したが、それでもなお、多くの問題を残している。例えば、準静的荷重（繰返し荷重）の加わる構造物の解析を行う場合、膨大な計算時間を要するため、より迅速かつ高精度な方法が望まれる。本研究では、鋼平面構造物に対象を限定し、断面力の直接関数である降伏関数を用いることによって、断面力で表示した構成則を求め、弾塑性有限変位解析を行った。このような工夫をすることによって、計算時間の大幅な節減を試みた。準静的荷重または動的外力の加わる鋼骨組構造解析をめざす著者らにとって本研究は、その基礎的研究となるものである。

2. 降伏関数 今回の解析では、軸力（ N ）と曲げモーメント（ M ）を受ける完全弾塑性体断面について、降伏関数を定めた。（図-1参照）即ち、初期降伏関数 F_1 および全塑性状態降伏関数 F_2 を以下のようにおく。

$$F_1 = f \cdot m + n - 1, \quad F_2 = m^{C_1} + n^{C_2} - 1 \quad (1, 2)$$

ここで、 $m = M/M_p$ 、 $n = N/N_y$ 、 M_p = 全塑性モーメント、 N_y = 降伏軸力、 f = 形状係数、 C_1 、 C_2 = 断面形により定まる係数である（以後、降伏係数と呼ぶ）。矩形断面に対しては、 $C_1 = 1.0$ 、 $C_2 = 2.0$ であり、一般断面（箱形、H形など）についての降伏係数は、モーメントと軸力の相関関係を、

$$m^{C_1} + n^{C_2} = 1 \quad (3)$$

とし、 C_1 、 C_2 を非線形最小二乗法によって定めるものとする。

続いて F_1 と F_2 より、これ以後の数値計算や構成則を求めるのに用いる降伏関数 F を以下のように求める。まず文献1)に従い、以下に定めるパラメータ α を導入する。 α は塑性曲率 ϕ_p の関数で、断面内での弾塑性状態の尺度となるべきパラメータである。

$$\alpha = 1 - (1 - 1/f) \cdot \exp(-\beta \cdot \bar{\phi}_p) \quad (4)$$

$\bar{\phi}_p = E \cdot I \phi_p / M_p$ とし、 E = 弾性係数、 I = 断面二次モーメントである。 β は断面形により異なる値で、この値（以後、弾塑性係数と呼ぶ）を変化させることにより、断面形の違いによる弾塑性挙動の相違を補う。次に、降伏関数 F_2 の右辺の M_p を、 $M_p \rightarrow \alpha \cdot M_p$ とおきかえ¹⁾、さらに $g(m, n) \cdot (1 - \alpha)$ を加え、 $\alpha = 1/f$ のとき $F = F_1$ となるように、 $g(m, n)$ を定める。こうして求めた降伏関数 F は、次のようになる。

$$F = (m/\alpha)^{C_1} + n^{C_2} - 1 + g(m, n) \cdot (1 - \alpha) \quad (5)$$

$$g(m, n) = (f \cdot m - (f \cdot m)^{C_1} + n - n^{C_2}) / (1 - 1/f) \quad (6)$$

また、弾塑性係数 β は、(4)式による近似吸収エネルギーと、表-1 各種断面形の降伏、弾塑性係数純曲げに対する $M \sim \phi$ 関係の正解値より求められるエネルギーが等しくなるように定め、降伏係数同様、H形、箱形断面については、フランジとウェブの断面積比、薄肉円管では直径（ D ）と板厚（ t ）の比の一次式でまとめた。当初、 C_1 、 C_2 をこのように

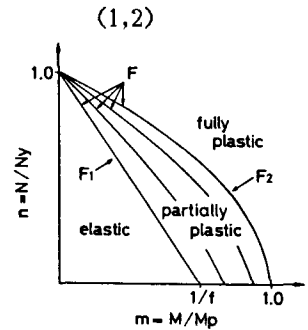


図-1 降伏関数概念図

	rectangular section	H, BOX section	tubular section
C_1	1	1	1
C_2	2	$1.75 - 0.27 \frac{A_f}{A_w}$	1.73
β	2.15	$1.45 + 0.23 \frac{A_f}{A_w}$	$25 - 0.645 \frac{D}{100}$

定めたが、降伏曲面に凹となる部分が存在したため、以後 $C_1=1.0$ として C_2 のみを上述の方法で定めた。結果は表-1 に示す。

3. 構成則 こうして求めた降伏関数 F に、(7)、(8)式に示すような適応条件(consistency condition)、法線則(normality rule)等をあてはめる。

$$(\partial F / \partial M) \Delta M + (\partial F / \partial N) \Delta N + (\partial F / \partial \phi_p) \Delta \phi_p = 0 \quad (7)$$

$$\Delta \phi_p = \Delta \lambda (\partial F / \partial M), \quad \Delta \varepsilon_p = \Delta \lambda (\partial F / \partial N) \quad (8)$$

ここで、 $\Delta \varepsilon_p$ = 軸方向塑性歪み増分、 $\Delta \phi_p$ = 塑性曲率増分、 $\Delta \lambda$ = スカラー量である。若干の計算の後、整理すると、次式のような断面力表示構成則を得る。

$$\{\Delta S\} = [D_{ep}] \{\Delta \kappa\} \quad (9)$$

ここで、 $\{\Delta S\}^T = [\Delta N, \Delta M]$ 、 $\{\Delta \kappa\}^T = [\Delta \varepsilon, \Delta \phi]$ 、 $[D_{ep}] = [D_{ij}]$ ($i, j=1, 2$) である。この構成則による薄肉円管 ($D/t=48$) の $M \sim N \sim \phi$ の計算結果を正解値と比較して、図-2 に示す。

4. 数値解析 解析を実行するに際して、更新ラグランジェ手法による有限要素法を用いて定式化した。また、構造物に不安定現象が生じ荷重が低下する場合も考慮して収束計算を行うにあたり修正孤長法²⁾を用いた。図-3 に、細長比の異なる3種の薄肉円管($D/t=48$)柱の結果を、断面内を要素分割して計算した結果、および文献^{3), 4)}によるものと合わせて示す。表-2 に計算時間の比較を示す。断面力表示構成則を用いた解析では、断面を要素分割した方法による計算時間の 1/5 以下の計算時間であり、値も良好であることがわかる。

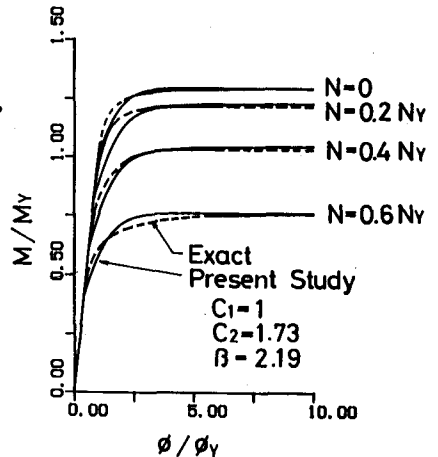


図-2 薄肉円管 ($D/t=48$) の $M \sim N \sim \phi$

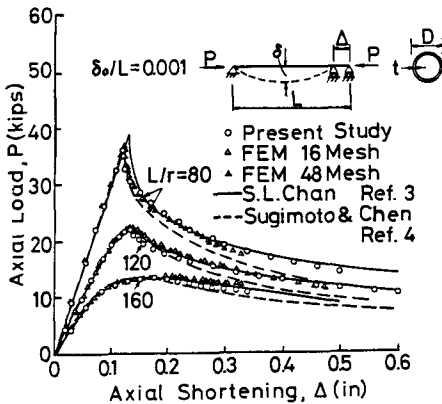


図-3 薄肉円管中心軸圧縮柱荷重変位曲線

表-2 計算時間の比較

	$L/r = 80$	$L/r = 120$	$L/r = 160$
Present Study	4309 1	4662 1	4810 1
FEM 16 Mesh	28917 6.71	25450 5.46	25218 5.24
FEM 48 Mesh	53298 12.37	42051 9.02	37719 7.84

上段: Terminal CPU Time (Milli Seconds)

下段: Present Studyを1とした場合の割合

5. おわりに ここで提案した降伏関数 F による断面力表示構成則を用いた数値解析で、鋼骨組構造物の弾塑性有限変位挙動を正確に解析でき、計算時間も著しく減少することが確認できた。今後は、2軸曲げやねじりモーメントが加わった場合の構成則について検討してゆく予定である。

参考文献 1) M.A.Crisfield:TRRL Lab.Report 658 1974. 2) M.A.Crisfield:Computers & Structures Vol.13,pp.55-62.1981 3)Siu lai Chan,Sritawat Kitiporchal:Structures Advanced Design and Construction Edited by R.Narayanan,Elsevier Applied Science 4)H.Sugimoto,W.F.Chen:Journal of Structural Engineering,ASCE Vol.111,No.9,1985,pp.1965-1978