I-75　荷重増分法による接触を考慮した離散化極限解析法について

明星大学　正員　竹内　則雄
東京理科大学　正員　川井　忠彦

1．はじめに

地盤や構造物の崩壊現象を破壊パターンにより大まかに分類した場合、すべり破壊と引っ張り破壊の二つを考えることができよう。さらに異種材料が混在するような場合、例えば、地盤内におけるき基礎構造等では各材料が接する面において、いわゆる付いた離れたといった接触現象が生ずる。このような非線形現象を解析する手法は数多く提案されているが、川井モデルによる離散化極限解析では、すべり破壊に対して荷重増分法による山田の方法がよく利用されている。[1]一方、引っ張り破壊や接触問題を取り扱う手法として、著者はTENSION-CRACK 法を提案した。[2] しかし、これらの方法ではすべり破壊、あるいは引っ張り破壊といったそれぞれの破壊現象を個別に解析することはできても、同時に二つの破壊原因を取り入れた解析を行うことはできなかった。これは、引っ張り破壊や接触現象が発生すると、それに伴い、解放力が生じるためである。

そこで、本報告では荷重増分法を利用し、荷重量をカウントしながら解放力を残りの荷重量に加え、すべり破壊と引っ張り破壊を同時に考慮できるアルゴリズムを提案する。

2．破壊条件

今、すべりと引っ張りに関する破壊条件を図１に示すよう仮定する。ただし、応力が一旦σ_t に達した後は塑性流動のようにσ_t 上を移動するのではなく、図２あるいは図３に示すよう応力解放を行う。図２は全応力を解放しており、接触問題やクラック発生時に利用することができる。また、残留

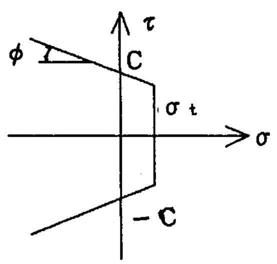

図１　破壊条件

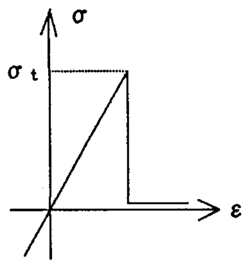

図２　引張破壊

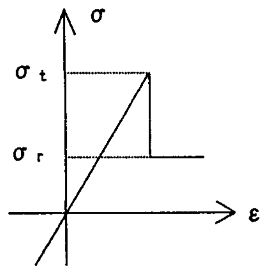

図３　残留応力

応力が生じる場合には、図３に示すよう考えればよい。なお、図２および図３に対応する解放力は（１）式あるいは（２）式のように計算することができる。

$$F = \int (B \cdot \sigma_t)\, d\Omega \quad \text{------------------------} \quad (1)$$

$$F = \int \{B(\sigma_t - \sigma_r)\}\, d\Omega \quad \text{-------------------} \quad (2)$$

ここで、注意をしなければいけないのはσ_t の考え方である。接触問題の場合は垂直応力σ_t とその時ばねが所有していたせん断応力τの両者を解放すればよいが、残留応力が有る場合やクラックが発生した場合等では問題に応じてτの処理を検討しておく必要がある。

3．荷重増分率の計算

増分法による山田の方法ではモール・クーロンの条件におけるすべりに対し、（３）式のような２次方程式を解くことによって荷重増分率を求めている。

$(\tau + r \cdot \Delta\tau)^2 = \{ (C - (\sigma + r \cdot \Delta\sigma) \tan\phi \}^2$ --- （3）

本アルゴリズムについてもすべり破壊に対する荷重増分率の計算は（3）式を利用する。一旦すべり破壊が生じた後も通常の塑性流れ則に従い破壊局面上を移動するものとする。一方、引っ張り
破壊が生じるような場合には図4のような応力状態を考え（4）式に示すような荷重増分率を計算する。

$(\sigma + r \bullet \Delta\sigma) = \sigma_t$ ----------- （4）

以上のようにして全ばねに対する荷重増分率を計算し、最小のものを今回の荷重増分率とする。この最小の荷重増分率を与えたばねの破壊状態が引っ張り破壊なら2節説明した応力解放を行う。

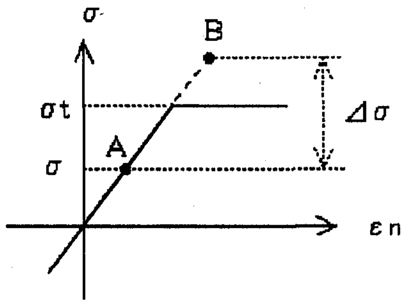

図4　引張破壊時の荷重増分率

なお、ここでは再接触について論じなかったが、実際には文献〔2〕に示すよう再接触も考慮しておく必要がある。この場合は再接触も含めて最小の荷重増分率を計算すればよい。

4．解析アルゴリズム

全作用荷重 P_{TOTAL} を適切な荷重増分量 $P_1, P_2, \cdots, P_n$ に分割し各荷重増分段階で増分法による収束計算を行う。いま、代表的な荷重段階における作用荷重をPとする。このときn回目の収束計算における作用荷重は（5）式のごとく計算される。

$$P^{(n)} = \prod_{a=0}^{n-1} [(1 - r_a)] P + \sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{a=K}^{n} [(1 - r_a)] F^{(k-1)} \right) \text{ ------ } (5)$$

ここで r_a は各収束段階における荷重増分率であり0回目の増分率 r_0 は0とする。また、$F^{(K-1)}$ は（k−1）回目の収束段階で生じた解放力でやはり0回目の解放力は0とする。もし、k回目において解放力が生じなければ $F^{(K)} = 0$ とする。（5）式において右辺第2項が無ければ荷重増分法による山田の方法と同じ結果が得られる。

一方、荷重増分率の合計 r_{TOTAL} は

$$r_{TOAL} = \sum_{k=1}^{n} \left(\prod_{a=0}^{k-1} [(1 - r_a)] \right) r_k \text{ ------------------------ } (6)$$

（6）式において $r_n = 1$ のとき r_{TOTAL} は恒等的に1となる。従って、常に r_{TOTAL} を監視しながら計算を行えば収束状況が理解できる。

5．むすび

引っ張り破壊や接触問題の場合、一旦破壊するとそれが波状効果となって更に進展する場合が多く、収束性が悪くなる。このような問題の場合、解放力に対しても厳密に山田の方法を適用すると繰り返し計算回数が増加する。本手法は各荷重段階において、近似的とはいえ収束性もよくFEMにも適用できるものと思われる。

なお紙面の都合上数値計算例については会場にて報告する。

［参考文献］

1.竹内、川井：”川井モデルにおける弾塑性解析法についての一考察”，日本シミュレーション学会第5回研究発表会論文集、P65-P70(1984)
2.竹内、川井：”新離散化モデルによる地盤基礎の極限解析（その1）”，生産研究、Vol.32,No.6,P301-P304(1980)