土木学会第43回年次学術講演会（昭和63年10月）

I-69

クラック・ボイドを多数有する材料の巨視的透水係数

東京大学　学生員　丹生　清輝　　　東京大学　正員　堀井　秀之

1．まえがき

最近、エネルギーの地下備蓄や放射性廃棄物処理をはじめとした地下空間の有効的な利用に関心が集まっている。亀裂性岩盤の透水性は亀裂の密度や方向などに大きく依存している。本研究では亀裂性岩盤における透水性の理論的解明の基礎的研究としてクラック・円孔を有する透水性材料の巨視的透水係数をクラック・円孔の寸法、方向の関数として閉じた形で表すことを試みる。二次元定常浸透流に対する複素速度ポテンシャルを用いる。境界値問題の解法として破壊力学の手法を適用し、相互干渉の評価にはSelf-Consistent Methodを用いる。

2．巨視的透水係数の定式化

本研究では二次元定常浸透流を扱う。図1に示すような領域（体積V）内におけるx_i方向の平均流速$\overline{v_i}$は領域内の平均をとることにより次のように定義できる。

$$\overline{v_i}=(1/V)\int_{V} v_i\,dV \tag{1}$$

また領域内の平均動水勾配$\overline{h_{,i}}$は次のように定義する。

$$\overline{h_{,i}}=(1/V)\int_{S_0} h\,n_i\,dS \tag{2}$$

ここでS_0は領域の境界、hは水頭、n_iは外向きの単位法線ベクトルのx_i方向成分である。この中にクラック・ボイド・介在物を表す境界S_1 体積V_1の任意の領域を考えると平均流速は次のように変形できる。

$$\begin{aligned}\overline{v_i}&=(1/V)\left(\int_{V_1} v_i\,dV+\int_{V_0} v_i\,dV\right)\\&=(1/V)\int_{V_1} v_i\,dV-(k/V)\int_{V_0} h_{,i}\,dV\end{aligned} \tag{3}$$

ここでDarcyの法則（$v_i=-k\,h_{,i}$）を用いている。右辺第1項第2項についてそれぞれ変形を行なえば

$$(1/V)\int_{V_1} v_i\,dV=(1/V)\int_{S_1} x_i v_j n_j\,dS \tag{4}$$

$$\begin{aligned}-(k/V)\int_{V_0} h_{,i}\,dS&=(k/V)\left(\int_{S_1} h\,n_i\,dS-\int_{S_0} h\,n_i\,dS\right)\\&=(k/V)\int_{S_1} h\,n_i\,dS-k\overline{h_{,i}}\end{aligned} \tag{5}$$

となるから平均流速は次のようになる

$$\begin{aligned}\overline{v_i}&=(1/V)\int_{S_1} x_i v_j n_j\,dS+(k/V)\int_{S_1} h\,n_i\,dS-k\overline{h_{,i}}\\&=-\Delta k\,\overline{h_{,i}}-k\,\overline{h_{,i}}\end{aligned} \tag{6}$$

第1式の右辺第1，2項を$-\Delta k\,\overline{h_{,i}}$とおけば第2式のようになる。領域内の巨視的透水係数$\overline{k}$は次式によって定義される。

$$\overline{v_i}=-\overline{k}\,\overline{h_{,i}} \tag{7}$$

式（6）（7）より巨視的透水係数は次のように求まる。

$$\overline{k}=k+\Delta k \tag{8}$$

即ちクラック・ボイド・介在物を含む材料の巨視的透水係数を求めるためにはクラック・ボイド・介在物表面における流速vおよび表面上の水頭hを求め平均動水勾配$\overline{h_{,i}}$の関数として表せばよいことがわかる。

3．クラックを含む材料の巨視的透水係数

図2のように一様流（流速v_0）が流れている無限の材料（透水係数k）の中に、長さ2a、傾きθのクラックが一つ存在する場合を考える。無限遠で一様流を与え、クラック上で水頭が一定の条件を満足する浸透流の複素速度ポテンシャルは厳密解が次のように求められる。［参考文献（1）参照］

$$W=v_0\{iz\,\mathrm{SIN}\theta-(z^2-a^2)^{1/2}\mathrm{COS}\theta\} \tag{9}$$

これよりクラック上下面における流速を求め次の関係を得る。

$$(1/V)\int_{S_1} x_i v_j n_j\,dS+(k/V)\int_{S_1} h\,n_i\,dS=(\pi v_0 a^2/V)\,\mathrm{COS}^2\theta \tag{10}$$

今、図３に示すように透水係数ｋの材料中にクラックが多数存在する場合の巨視的透水係数$\overline{k}$を求めることを考える。クラック面上での流速分布が求まれば$\overline{k}$は式（６）（８）より計算できるが、一般的に任意の問題に対しクラック面上での流速分布を求めることは容易ではない。そこで一つの近似として図３の問題におけるクラック面上の流速分布を図２のそれで近似する。このことはクラックの相互干渉を無視することを意味する。式（10）で$v_\theta=-k\,\overline{h_{,i}}$であるから巨視的透水係数は次のように求まる。

$$\overline{k}=\{1+(\Sigma\pi a^2\cos^2\theta)/V\} \tag{11}$$

ここでΣは全てのクラックについて総和をとることを示す。次にクラックの相互干渉を考慮する手法としてSelf-Consistent Methodを適用する。即ち図３の問題におけるクラック面上の流速分布を、前と同様図２の問題のそれで近似するが、ここで図２の透水係数を未知の巨視的透水係数$\overline{k}$で置き換える。すると$v_\theta=-\overline{k}\,\overline{h_{,i}}$となるため

$$-\Sigma(\pi a^2\overline{k}/V)\cos^2\theta-k=-\overline{k} \tag{12}$$

と未知の透水係数$\overline{k}$に関する方程式（Consistency equation）が得られる。これを解くことにより巨視的透水係数が次のように求まる。

$$\overline{k}=k/\{1-(\Sigma\pi a^2\cos^2\theta)/V\} \tag{13}$$

このようにクラックを含む材料の巨視的透水係数をクラック長や方向の関数として表すことができる。

４．円孔を含む材料の巨視的透水係数

円孔（半径ａ）を含む場合もクラックの場合と同様に求めることができる。

$$\overline{k}=\{1+(\Sigma 2\pi a^2)/V\}\,k \tag{14}$$

$$\overline{k}=k/\{1-(\Sigma 2\pi a^2)/V\} \tag{15}$$

また円形不透水性介在物を含む場合の巨視的透水係数は

$$\overline{k}=\{1-(\Sigma 2\pi a^2)/V\}\,k \tag{16}$$

$$\overline{k}=k/\{1+(\Sigma 2\pi a^2)/V\} \tag{17}$$

となる。式（15）（17）はSelf-Consistent Method による解である。このように円孔及び円形不透水性介在物を含む材料の巨視的透水係数はその寸法の関数として表すことができる。

参考文献（１）N.I.Muskhelishvili:SINGULAR INTEGRAL EQUATIONS 1946 pp.99～108,261～264

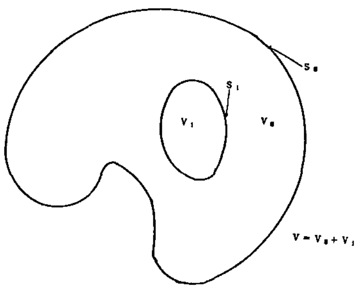

図１．任意の領域

図３．クラックを多数含む材料

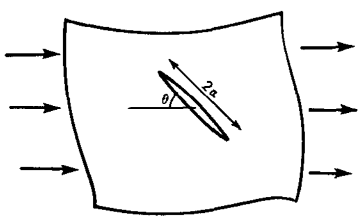

図２．クラックを含む無限材料

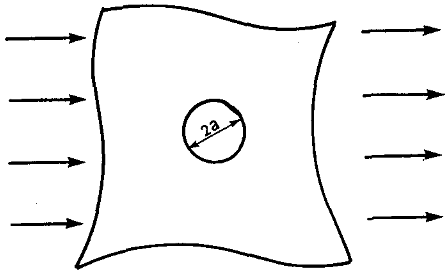

図４．円孔を含む無限材料