# I-61　2次元インターフェイス・クラック周辺の有限な応力集中について

岐阜大学（中国華北水利水電学院）　正会員　○段　樹金
岐阜県土木部　正会員　矢崎博芳
岐阜大学　正会員　中川建治

## 1．まえがき

弾性定数が異なる二つの等方性弾性体が接合されていて、一部分で接合が不完全で亀裂状の空隙となっているような力学モデルを対象とする問題は接合面亀裂（Interface Crack)の問題として扱われている。このようにインターフェイス・クラック周辺の応力と歪みの解析問題は現実的で重要な研究課題であり多くの研究者によって手掛けられているにも拘わらず、理論的な研究成果は極めて非実用的である[1][2]。本研究では図－1に示すようなモデルを対象としてクラック先端で応力度が緩やかに立ち上がり有限な応力集中となるような応力関数を導き得たのでここに報告する。解析方法はおおよそつぎのような点である。

1）亀裂による開口変位（食い違い）を有限項のフーリエ級数で仮定しつつ応力関数はフーリエ積分で表現した。

2）開口部の先端に開口変位も応力度も存在する部分を設定して、閉じ合わせのために任意の応力分布を許す配慮をした。

## 2．応力関数 F(x,y) について

応力関数 F(x,y) をフーリエ変換で表された重調和関数としてつぎのように定義する。

$$F_J(x,y)=\frac{1}{\sqrt{(2\pi)}}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(ity)\cdot g(x,t)dt \qquad (1)$$

$$g(x,t)=c_{J1}\exp(-tx)+c_{J2}\,tx\exp(-tx)+c_{J3}\exp(tx)+c_{J4}\,tx\exp(tx)$$

ここで $c_{J1}$～$c_{J4}$ は t の任意関数であり、j=1 と j=2 はそれぞれ右半平面と左半平面を対応している。関数が発散しないようにつぎの条件を付ける。

$t<0$ で　$c_{11}(t)=c_{12}(t)=c_{23}(t)=c_{24}(t)=0$

$t>0$ で　$c_{13}(t)=c_{14}(t)=c_{21}(t)=c_{22}(t)=0$

## 3．開口変位と境界条件

y 軸に（境界面）に沿う亀裂の開口変位（食い違い）は $|y|<T$ の区間に生じて有限項のフーリエ級数で表されるものと仮定する。ただし開口面で応力 $\sigma_x$, $\tau_{xy}$ の消滅する区間は $|y|<a$, $a<T$ であって、$a<|y|<T$ の区間は応力にはなんらの拘束条件を付けずに放置するのである。これが本研究の特徴であり、このような領域が存在すると仮定ことによって従来の研究で生じた不合理な集積特異点が消滅するのである。

すなわち，

$$\left.\begin{aligned}u_1(0,y)-u_2(0,y)&=0\\ v_1(0,y)-v_2(0,y)&=0\end{aligned}\right\}\quad |y|>T \qquad (2)$$

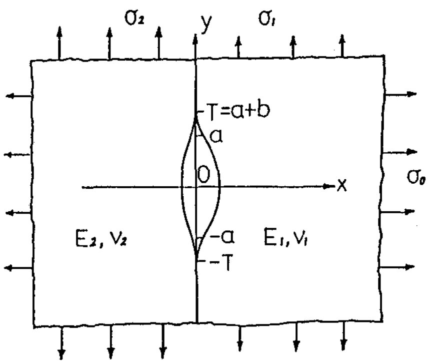
$$\left.\begin{aligned}u_1(0,y)-u_2(0,y)&=\sum_{k=1}^{2n-1}U_k\sin\{k\pi(y+T)/2T\}\\ v_1(0,y)-v_2(0,y)&=\sum_{k=2}^{2n}V_k\sin\{k\pi(y+T)/2T\}\end{aligned}\right\}\quad |y|<T \qquad (3)$$

$$\sigma_{x1}(0,y)=\sigma_{x2}(0,y)$$
$$\tau_{xy1}(0,y)=\tau_{xy2}(0,y) \qquad |y|>a \qquad (4)$$
$$\sigma_{xJ}(0,y)=\tau_{xyJ}(0,y)=0 \qquad |y|<a \qquad (5)$$

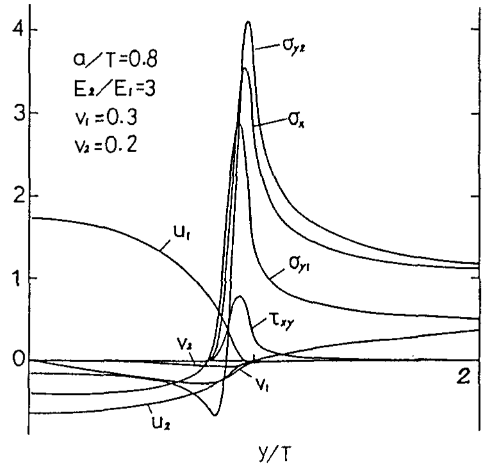
とする。式（3）に含まれるフーリエ係数 $U_k, V_k$ は開口区間（－a, a）で $\sigma_x$ の二乗と $\tau_{xy}$ の二乗の和を最小とする条件と開口部先端の特異項をゼロにする条件で決められる。

## 4．計算例

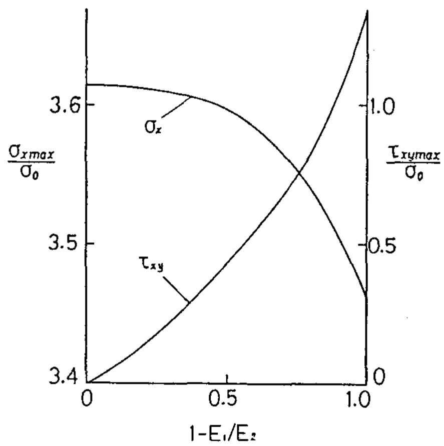
図－2はy軸における応力と開口変位の様子を示し、図－3は弾性体両側の強さ比（$E_1/E_2$）の変化に伴う応力 $\sigma_x$, $\tau_{xy}$ の最大値の変化を示す。




図－1　解析モデル




図－2　y軸における応力と開口変位




図－3　（$E_1/E_2$）の変化に伴う $\sigma_{xmax}$ と $\tau_{xymax}$

## 5．まとめ

1）求めた応力度は有限となり、応力度の激しい変動もなく Contact Zone[2] も設けていないのでより実用性のある解が導かれたと思われる。

2）一様引っ張りクラックの場合でも接合面上にせん断応力が生じることが判明した。

3）せん断クラックの問題についても同様な手法で解を導き得る。

【参考文献】

1) England, A.H.: A Crack Between Dissimilar Media, Trans. of the ASCE, J. of Appl. Mech. 32, pp.400-402 (1965).

2) Comninou, M.: The Interface Crack, Trans. of the ASCE, J. of Appl. Mech. 44, pp.631-636 (1977).