I-50　対称形ラーメン構造物の座屈解析

東京都立大学　学生員○木村　英明
東京都立大学　正　員　野上　邦栄

1．まえがき　弾性座屈荷重は骨組構造物の強度評価にとって重要である。これを求める解法は種々あるが[1]、多層多径間からなる複雑な骨組構造物においては構造物の構成部材数が増加するにつれ、特性方程式が複雑になり数値解を得るのが困難になる。しかし、吊橋や斜張橋の主塔のようにその中心に対して対称性を持つラーメン構造物が対称な荷重を受ける時の挙動を求めるのであれば、その対称性を利用して変数の数を半減させることができる。本報告では、上記の特性を考慮した独自の変位と荷重の変数変換を行い、構造全体系を単一系とみなした比較的扱いやすい固有値解析法を提案する。

2．基礎式　いま梁は常に水平であり、塔柱は左右対称な角度ϕを持ち、断面形および長さはそれぞれ互いに等しいとする図1のようなラーメン構造を考える。任意の部材（節点i-j）の釣合方程式は線形化有限変位理論の基、全体座標系の要素剛性行列をK、節点変位をΔ、節点力をFで表すと次式のようになる。

$$K\Delta = F \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

$$\left.\begin{array}{l}
\Delta = \{w_i, v_i, v'_i, w_j, v_j, v'_j\}^T,\ F = \{P_i, Q_i, M_i, P_j, Q_j, M_j\}^T \\
K = \begin{bmatrix}
K_{11}, & K_{12}, & K_{13}, & -K_{11}, & -K_{12}, & K_{13} \\
 & K_{22}, & K_{23}, & -K_{12}, & -K_{22}, & K_{23} \\
 & & K_{33}, & -K_{13}, & -K_{23}, & K_{36} \\
 & & & K_{11}, & K_{12}, & -K_{13} \\
 & \mathrm{SYM.} & & & K_{22}, & -K_{33} \\
 & & & & & K_{36}
\end{bmatrix}
\end{array}\right\} \quad (2)$$

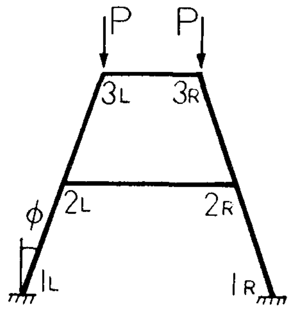

図1　対称形ラーメン構造

ここに、

$$\left.\begin{array}{lll}
K_{11} = k_{11}\phi_c^2 + k_{22}\phi_s^2 & ,K_{22} = k_{11}\phi_s^2 + k_{22}\phi_c^2, & K_{33} = k_{33} \\
K_{12} = (k_{11} - k_{12})\phi_c\phi_s, & K_{23} = -k_{23}\phi_c & ,K_{36} = k_{36} \\
K_{13} = k_{23}\phi_s & ,\phi_s = \sin\phi & ,\phi_c = \cos\phi
\end{array}\right\} \cdots \quad (3)$$

$$\left.\begin{array}{l}
k_{11} = EA/L,\ k_{22} = 12EI/L^3,\ k_{33} = 4EI/L \cdot 3(\sin\alpha - \alpha\cos\alpha)/\alpha^3 g \\
k_{23} = 6EI/L^3 \cdot 2\sin\alpha/\alpha g \quad ,\ k_{36} = 2EI/L \cdot 6(\alpha - \alpha\sin\alpha)/\alpha^3 g \\
g = 12/\alpha^4\ \{2(1 - \cos\alpha) - \alpha\sin\alpha\},\ \alpha^2 = PL^2/EI
\end{array}\right\} \cdots \quad (4)$$

である。式中A，I，Lは対象とした部材の断面積、断面2次モーメントおよび部材長である。

いま、節点(i)の左右塔柱の変位および荷重を添え字LおよびRで区別することにする時、任意の左側および右側塔柱の対応する4節点の変位および荷重について次のような変数変換を行うことにする。

$$\left.\begin{array}{l}
\Delta_{iL} = \bar{\Delta}_i + \dot{\Delta}_i,\ \Delta_{jL} = \bar{\Delta}_j + \dot{\Delta}_j,\ F_{iL} = \bar{F}_i + \dot{F}_i,\ F_{jL} = \bar{F}_j + \dot{F}_j \\
\Delta_{iR} = \bar{\Delta}_i - \dot{\Delta}_i,\ \Delta_{jR} = \bar{\Delta}_j - \dot{\Delta}_j,\ F_{iR} = \bar{F}_i - \dot{F}_i,\ F_{jR} = \bar{F}_j - \dot{F}_j
\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5)$$

ここで$(\bar{\ })$, $(\dot{\ })$ は各々平均成分および偏差成分を表すものである。

任意の左側および右側塔柱の釣り合い式は式(1)から得られ、式(5)を用いて変数変換することにより、次式のように分離して独立な式として表すことができる[2]。

$$\left.\begin{array}{l}
K\Delta^S = F^S,\ K\Delta^U = F^U \\
\Delta^S = \{\bar{w}_i, \dot{v}_i, \dot{v}'_i, \bar{w}_j, \dot{v}_j, \dot{v}'_j\}^T,\ F^S = \{\bar{P}_i, \dot{Q}_i, \dot{M}_i, \bar{P}_j, \dot{Q}_j, \dot{M}_j\}^T \\
\Delta^U = \{\dot{w}_i, \bar{v}_i, \bar{v}'_i, \dot{w}_j, \bar{v}_j, \bar{v}'_j\}^T,\ F^U = \{\dot{P}_i, \bar{Q}_i, \bar{M}_i, \dot{P}_j, \bar{Q}_j, \bar{M}_j\}^T
\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots \quad (6)$$

ここにΔ^SとF^S、Δ^UとF^Uは各々変位および荷重の対称成分、逆対称成分である。更に式(6)の要素剛性行列Kは式(2)で与えられたものと等しく、2つの式の要素剛性行列は全く同形となる。また、水平な梁についても式(1)および式(5)から同様にして、対称成分に対する釣り合い式とこれと独立な逆対称成分に対する釣り合い式が得られる。

3．解析結果　いま、斜め柱部材を持つラーメンの１例として下端固定の台型１層ラーメンを考える。荷重も対称性をもつものとして、その釣り合い方程式は式(1)から式(6)により、構造全体系に対する逆対称座屈に関する特性方程式と対称変形に関する基礎方程式が得られる。これらを用いた座屈解析の流れ図を図２に示す。

図２に従って解析した結果を図３から図５に示す。まず図３では門型ラーメン構造の解の収束状況を収束回数に対する荷重の変化として示した。初期荷重値としてP＝０を与えたが、ほぼn＝11で収束している。図中、10回目で荷重が低下しているのは前回の行列式の値が負になり座屈荷重の修正を行ったためである。

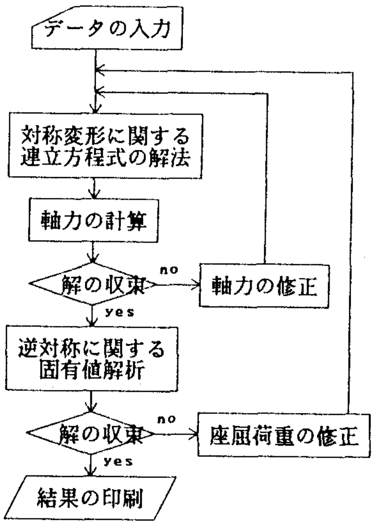

図２　固有値解析の流れ図

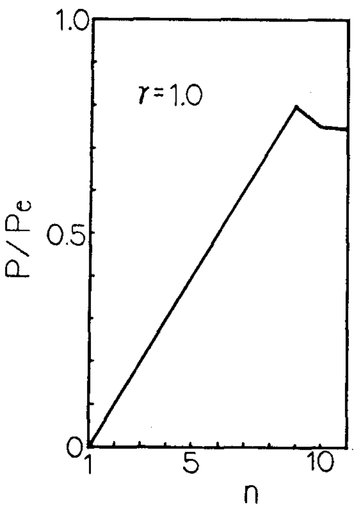

図３　収束状況

図４はL／r＝120, I_b／I_c＝1 の柱に対して、γ＝I_bL／I_cBをパラメーターにして角度φに対する有効座屈長βの変化を求めた結果である。同様に、オイラー荷重に対する座屈荷重の変化を求めたのが図５である。得られた結果から、γが極端に大きくあるいは小さくない場合には、柱を適当に傾けることがラーメン全体としての安定を増加させる効果があるといえる。斜張橋においてしばしばA形または台形の主塔が採用されているが、安定を高める上で有効な方法であることが知られる。

参考文献　1）福本・西野，鋼構造部材と骨組，丸善，1970，2）伊藤・野上・木村，対称荷重を受ける対称形ラーメン構造物の座屈解析，第15回関東支部技術研究発表会講演概要集，1988

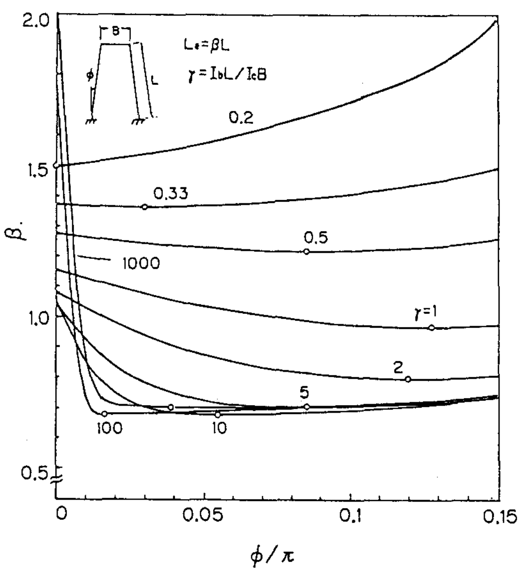

図４　有効座屈長βと角度φの関係

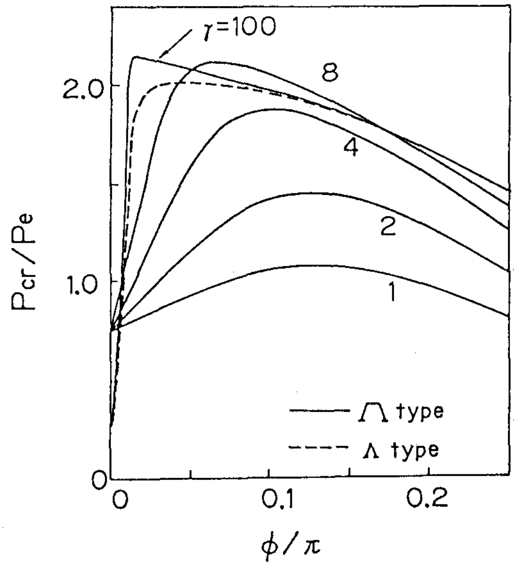

図５　座屈荷重と角度φの関係