I-41　有限要素―伝達マトリックス法による板構造の弾塑性応答解析

愛媛大学工学部　正会員　大賀　水田生
徳山高専　正会員　重松　恒美
不動建設　正会員　村田　基治

1．まえがき

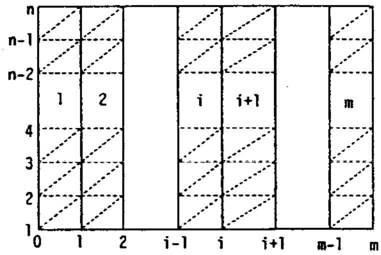
板構造の非線形動的応答解析においては、有限要素法が最も一般的に用いられており、板構造の形状や境界条件に左右されないという利点を有している。しかしながら、剛性マトリックスの他に質量、減衰及び幾何剛性マトリックスを構造要素すべてについて同時に考慮するため計算機容量や計算時間が著しく増大し、通常の計算機では容易に解析することができない。そこで、本研究ではすでに線形及び幾何学的非線形の動的応答問題に対して計算機の記憶容量の点で有利であることの知られている有限要素法と伝達マトリックス法を結合させる方法（FETM法）により、板構造の材料の非線形性を考慮した動的応答解析を行った。また、各時間stepにおいて収束解を求める方法について計算効率の検討を行うとともに、有限要素法による結果と比較し、本法の妥当性及び有効性の検討を行った。

2．FETM法による動的応答解析

本研究で用いたFETM法では次の手順により非線形動的応答解析を行った。①板を図―1に示すように、数個の帯板要素に分割し、さらに各帯板要素を三角形有限要素に細分割する。②各帯板要素に対する非線形性を考慮した次式の運動方程式を導入する。

$$M\ddot{x}_{t+1}+C\dot{x}_{t+1}+K_{t+1}\Delta x_{t+1}=F_{t+1}-P_{t+1} \qquad (1)$$

ここで、M、C及びK_{t+1}はそれぞれ質量、減衰及び剛性マトリックス、Δx_{t+1}は増分変位ベクトル、$\dot{x}_{t+1}$、$\ddot{x}_{t+1}$は速度及び加速度ベクトル、P_{t+1}、F_{t+1}は復元力及び外力ベクトルを表す。



図―1　帯板要素

③Newmarkのβ法により式(1)から速度及び加速度を消去し、断面力―変位関係式を誘導して次式を得る。

$$\Delta F_{t+1}=A\,\Delta x_{t+1}+\Delta G_t \qquad (2)$$

ここで、Aは質量、減衰及び剛性マトリックスより成るマトリックスであり、ΔG_tは時刻tにおける速度及び加速度ベクトルより求められる時間履歴ベクトルである。④式(2)より、帯板要素の左右の状態量（変位及び断面力）を関係づける格間伝達マトリックス及び、左右の帯板要素の格点における変位の連続性及び力の釣合条件を表す、格点伝達マトリックスを誘導する。⑤通常の伝達マトリックス法の手順に従い、各帯板要素における状態量を決定する。⑥①～⑤の計算を各時間に対して行うことにより、板構造の材料の非線形性を考慮した動的応答解析を行うことができる。また本研究では、本解析法の計算効率を向上させるため、式(2)のΔG_tは既知量であることを考慮し、外力と同様に取り扱い、格点伝達マトリックスで考慮するものとした。このことにより格間伝達マトリックスは時間履歴項を含まない形となり、格間伝達マトリックスを各時間ごとに修正しなおす計算を省略することが可能となり、計算時間の短縮が可能となった。

3．非線形計算法の検討

FETM法を用いて、材料の非線形性を考慮した動的応答を求める過程において、接線剛性マトリックスを用いる方法（以下、接線剛性法と呼ぶ）及び剛性を一定に保ち不釣合力を仮想荷重として作用させる方法（以下、仮想荷重法と呼ぶ）について計算効率の検討を行った。解析例として、面外動的荷重を受ける四辺単純支持板を用い、荷重強度q_0、有限要素数N（図―4参照）及び収束判定基準τ（$=\delta x/x$，δx：1回の反復計算における増分変位，x：全変位）をパラメーターとして解の精度及び計算効率の検討を行なった。荷重強度$q_0=0.2\sim0.8\mathrm{kg/cm^2}$、有限要素数N＝1～5、収束判定基準$\tau=1.0\times10^{-2}\sim1.0\times10^{-6}$をいろいろ変えても両反復計算法により得られた応答波形は、いずれも3～6%程度の誤差で一致し、また仮想

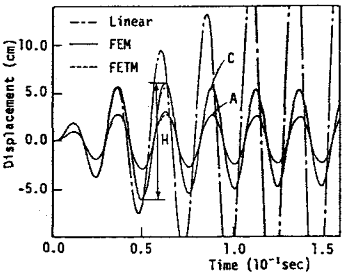
荷重法は接線剛性法と比較して短い計算時間で解を得ることが可能であり、より効率的な反復計算法であることが明かとなった。

4．有限要素法との比較・検討

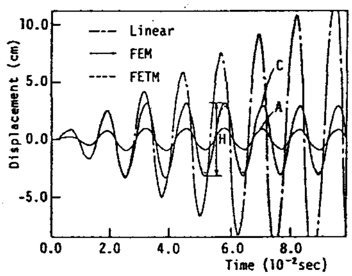
本論文で提案した材料非線形動的応答解析法の妥当性及び有効性を検討するため、FETM法及び有限要素法を用いて、面外等分布、面外集中及び面内周期荷重を受ける四辺単純支持板及び四辺固定支持板について比較計算を行った。図—2，3に両解析法により得られた応答波形の一部を示している。いずれの載荷方法及び支持状態においてもFETM法による解は有限要素法による解と5%以内の誤差で一致した。図—5に種々の要素分割パターン（図—4参照）におけるFETM法及び有限要素法での応答解析に必要な計算時間の比較を示している。なお、図—5には格間伝達マトリックスの修正を行わない場合の計算時間（FETM2）とともに各時間ごとに修正を行う場合の計算時間（FETM1）も同時に示している。格間伝達マトリックスの修正を行わないFETM法では、いずれの要素分割パターンにおいても有限要素法と比較して短い計算時間で解が得られており、その傾向は要素数が増加するとともに顕著になっている。

5．まとめ

本論文の計算例の範囲ではFETM法による解は有限要素法による解と良く一致し、さらに、FETM法では有限要素法と比較して短い計算時間で解析を行うことができた。これらのことより、本解析法は板構造の材料非線形動的応答問題に有効に適用できることが明らかとなった。また、時刻tにおける変位を求める過程において、仮想荷重法は接線剛性法と比較して計算時間に関してより有利となることが明らかとなった。

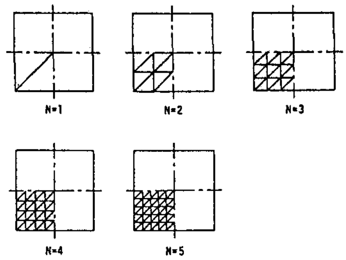


（a）四辺単純支持板

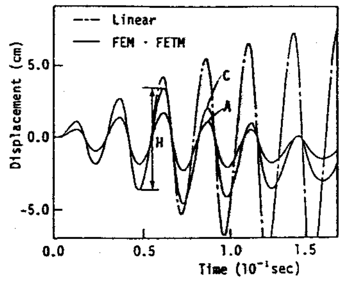


（b）四辺固定支持板

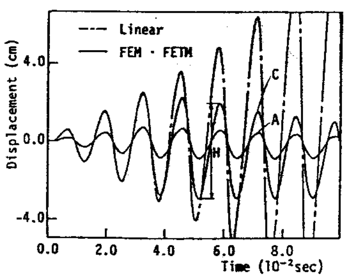
図—2　応答波形（面外等分布荷重）



図—4　要素分割パターン

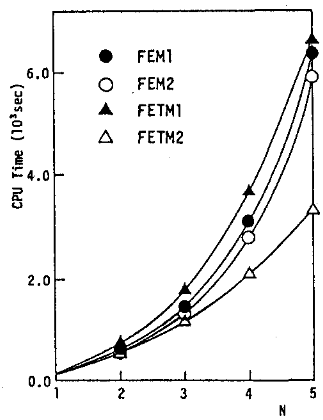


（a）四辺単純支持板



（b）四辺固定支持板

図—3　応答波形（面内等分布荷重）



図—5　計算時間の比較