

I-24

材料の非線形性を考慮したはり構造物の変位法による解析について

愛媛大学大学院 学生員 ○牧 野 耕 司

愛媛大学工学部 正会員 大久保 禎二

フジタ工業株式会社 正会員 藤 脇 敏 夫

1. まえがき

著者らは、これまでに、はり構造物の全コンプリメンタリーエネルギーを逐次二次近似法を用いて最小化することにより、材料の非線形性を考慮したはり構造物の解析がきわめて能率的に行えることを明らかにしているが^{1), 2)}、ここでは、材料の非線形性を考慮したはり断面に関する曲げモーメントと最外縁ひずみの関係を導入し、この関係曲線から算定される各はり要素の仮想曲げ剛性を用いて変位法による計算を反復することにより、はり構造物を解析する方法について発表するものである。

2. $M-\epsilon e$ 関係の導入

線形材料からなるはり断面の曲げ剛性 EI は、作用曲げモーメント M の大きさに関係なく常に一定となる。しかし、図-1に示すような非線形の応力度-ひずみ関係を有する材料からなるはり断面においては、断面に作用する M の大きさによって EI が変化し一定とはならない。そこで、本研究では、あらかじめ M と最外縁ひずみ ϵe の関係を作成し、この関係を用いて次式により各断面に作用する M に対応する仮想曲げ剛性 $\overline{EI}$ を決定した。

$$\overline{EI} = \frac{MYe}{\epsilon e} \quad (1)$$

ここに、 Ye : 中立軸より最外縁までの距離

与えられたはり断面の M と ϵe の関係は、以下のようにして導入することができる。すなわち、はり構造物の断面に曲げモーメント M が作用する時、いかなる応力度-ひずみ関係を有する材料においてもベルヌーイ-オイラーの平面保持の仮定が成立する。したがって、はり断面(図-2(a))の ϵe を仮定すれば、断面内の各点におけるひずみ(図-2(b))が決まり、そのひずみに対応する応力度(図-2(c))は図-1の応力度-ひずみ関係から計算することができる。このようにして断面内の応力度分布が求められると、仮定した ϵe に対応する M は ϵe の関数として次式のごとく計算することができる。

$$M = \int_A \sigma_y(\epsilon e) Y dA \quad (2)$$

ここに、 σ_y : 中立軸から Y の距離における応力度

A : はりの断面積

実際に、図-4に示す3種類の非線形材料の内、材料Cからなる $10 \times 50 \text{ cm}$ の長方形断面について、 ϵe を種々仮定し、式(2)を用いて各 ϵe に対する曲げモーメント M を求めると、図-3のような $M-\epsilon e$ 関係曲線が得られる。

3. はり構造物の解析手順

はり構造物においては、曲げモーメントの大きさがはりの軸線に沿って変化し、かつ、そのはりが非線形材料からなる場合には、2. で述べたように、式(1)より算定される仮想曲げ剛性 $\overline{EI}$ がはりの各点で異なる。そこで、はり構造物を曲げモーメントの変化が無視し得るほどの微小要素に分割し、各要素内で $\overline{EI}$ は一定として解析を行う。まず、初期値として各要素の $\overline{EI}$ を適当に仮定し、この $\overline{EI}$ を用いて従来の変位法の計算手法により各要素端に作用する M を算定する。次に、各要素に作用する平

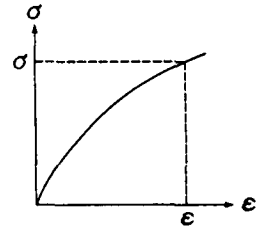


図-1 非線形応力度-ひずみ関係

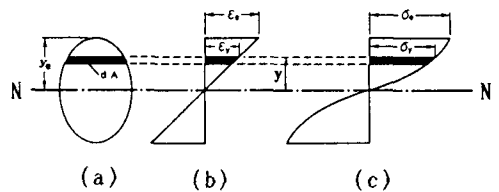
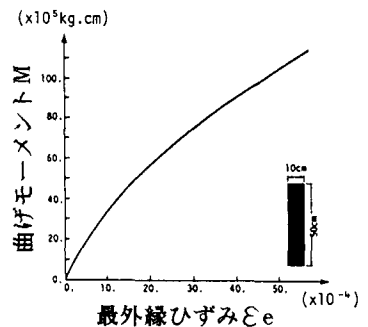


図-2 ひずみおよび応力度分布

図-3 $M-\epsilon e$ 関係曲線

均曲げモーメントを用いて、2. で導入したM-E関係よりEeを求め、式(1)によりEIを修正し、再び変位法によりMを求める。このような変位法による解析および仮想曲げ剛性EIの修正を、EIおよびMが一定値に収束するまで繰り返すことにより、はり構造物の真の曲げモーメント分布を決定するものである。

4. 分割要素長 Δl と解の精度および計算時間の関係

3. で述べたごとく本解析法においては、はりの各分割要素内の仮想曲げ剛性EIを一定として解析しているため、はりの分割要素長 Δl を小さくするほどより精度の高い解が得られる。しかし反面、変位法における力の釣合方程式の数が増加するため、多くの計算時間および計算容量を要することとなる。そこで、本研究では、図-4に示す3つの非線形材料特性A, B, Cを有する数種の連続ばりについて Δl を種々変化させて解析を行い、 Δl が解の精度と計算時間に及ぼす影響、及び材料特性が異なることによる影響について検討した。例として、図-5に示す四径間変断面連続ばりを対象として、 Δl (cm) が25.0, 10.0, 5.0, 2.0, 1.0, 0.5の6種類の場合について解析した結果を表-1に示す。

これらの解析結果より、得られた解は、材料A, Bについては $\Delta l = 0.5$ cm $\sim$ 2.0 cmの範囲で、材料Cについては $\Delta l = 0.5$ cm $\sim$ 5.0 cmの範囲で相互間にはほとんど差が見られず、 $\Delta l = 0.5$ cmの解との誤差はすべて0.01%以下となっている。また、計算時間については、分割要素数の増加に従い、ほぼ比例して増加している。

以上のことから、本研究で扱った規模のはり構造物に対しては、分割要素長は $\Delta l = 2.0$ cm $\sim$ 5.0 cm、すなわち支間長との比で1/350 $\sim$ 1/100程度が適当である。しかし、応力度-ひずみ関係が、材料A, Bの様に折線で表わされ、曲線の傾きが急激に変化する場合には、 Δl の変化に対する解の変動が大きく、十分な精度の解を得るために Δl を2.0 cm程度にすることが望ましいと言える。

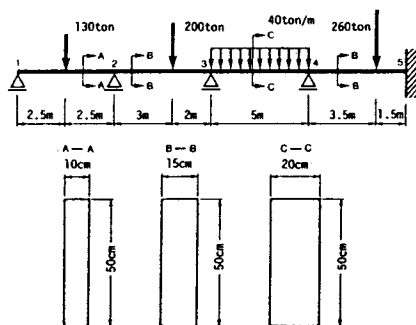


図-5 四径間変断面連続ばり

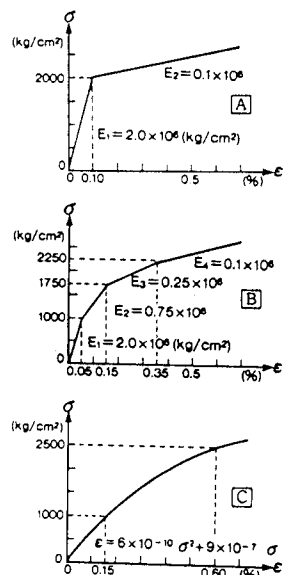


図-4 3種類の非線形応力度-ひずみ関係

表-1 Δl と解の精度および計算時間等の比較

$\Delta l^{(2)}$		0.50	1.0	2.00	5.00	10.0	25.0
材料 A	$M_{12}^{(2)}$	-116.513	-116.513	-116.514	-116.522	-116.550	-116.718
	誤差 ³⁾		0.000 %	0.001 %	0.008 %	0.032 %	0.176 %
	$M_{13}^{(2)}$	-113.463	-113.463	-113.463	-113.466	-113.476	-113.536
	誤差 ³⁾		0.000 %	0.000 %	0.003 %	0.011 %	0.064 %
	$M_{14}^{(2)}$	-77.157	-77.156	-77.153	-77.129	-77.043	-76.540
	誤差 ³⁾		0.001 %	0.005 %	0.036 %	0.148 %	0.800 %
	$M_{15}^{(2)}$	-187.095	-187.098	-187.109	-187.188	-187.468	-189.134
	誤差 ³⁾		0.002 %	0.007 %	0.050 %	0.199 %	1.090 %
	CPU ⁴⁾	27.95(10)	14.71(10)	7.57(10)	3.30(10)	1.78(10)	0.88 (9)
	$M_{12}^{(2)}$	-115.753	-115.754	-115.754	-115.757	-115.770	-115.821
材料 B	誤差 ³⁾		0.001 %	0.001 %	0.003 %	0.015 %	0.059 %
	$M_{13}^{(2)}$	-115.268	-115.268	-115.268	-115.271	-115.279	-115.367
	誤差 ³⁾		0.000 %	0.000 %	0.003 %	0.010 %	0.086 %
	$M_{14}^{(2)}$	-82.069	-82.069	-82.067	-82.053	-82.003	-81.633
	誤差 ³⁾		0.000 %	0.002 %	0.019 %	0.080 %	0.531 %
	$M_{15}^{(2)}$	-177.628	-177.629	-177.633	-177.662	-177.769	-178.540
	誤差 ³⁾		0.001 %	0.003 %	0.019 %	0.079 %	0.513 %
	CPU ⁴⁾	29.28(10)	15.05(10)	7.72(10)	3.37(10)	1.88(10)	1.05(10)
	$M_{12}^{(2)}$	-116.865	-116.865	-116.865	-116.866	-116.869	-116.888
	誤差 ³⁾		0.000 %	0.000 %	0.001 %	0.003 %	0.020 %
材料 C	$M_{13}^{(2)}$	-114.472	-114.472	-114.472	-114.473	-114.476	-114.502
	誤差 ³⁾		0.000 %	0.000 %	0.001 %	0.003 %	0.026 %
	$M_{14}^{(2)}$	-79.679	-79.679	-79.678	-79.675	-79.662	-79.567
	誤差 ³⁾		0.000 %	0.001 %	0.005 %	0.021 %	0.141 %
	$M_{15}^{(2)}$	-184.004	-184.007	-184.008	-184.015	-184.039	-184.246
	誤差 ³⁾		0.002 %	0.002 %	0.006 %	0.019 %	0.132 %
	CPU ⁴⁾	34.31(12)	12.73(8)	6.64 (8)	3.04 (8)	1.71 (8)	0.99 (8)

1): 分割要素長 (cm) 2): 不静定曲げモーメント (ton-m) 3): $\Delta l = 0.5$ cm の解との誤差
4): FACOM M-360AP による計算時間 (sec) (ただし、() 内の数値は反復改良回数を表す)

参考文献: 1) 大久保禎二, 藤脇敏夫: "エネルギー原理によるはり構造物の材料非線形解析法に関する考察"

土木学会第42回年次学術講演会概要集, pp. 88-89, 1987. 9.

2) 大久保禎二, 藤脇敏夫: "コンプ

リメンタリーエネルギー最小化によるはり構造物の材料非線形解析法", 土木学会論文集 (投稿中)