I－22　有限要素法による地盤の変形を考慮した浸透流解析

東京工業大学　学生員　○佐々木　隆
東京工業大学　正会員　吉　田　裕
東京工業大学　正会員　依知川　哲治
新日本製鉄　大　沢　信一

1．はじめに

有限要素法による浸透流問題の解析の多くは，Richards Equation を支配方程式として全水頭あるいは圧力水頭を主変数にしている。これらの手法では地盤内の力の釣り合いを陽な形で考慮していないため，地盤の応力あるいは変形に基づいて構造物の安定を直接的に論ずることは困難である。これに対して浸透現象をより現実に近く取り扱うことができるように地盤の応力及び変形を考慮した解析手法も展開されている。[1)] 本文は多次元圧密のBiotの理論に基礎をおき変位・流速・圧力を基本変数とした浸透流解析法について報告するものである。

2．地盤の応力及び変形を考慮した基礎方程式とその離散化

基礎とする方程式は力の釣り合い式(1)，Darcy則(2)，連続条件式(3)であり飽和・不飽和領域を一括して扱う形になっている。

$$(\sigma_{ij} - \chi p \delta_{ij})_{,j} + \rho b_i = 0 \qquad (1) \qquad\qquad q_i = -K_{ij}(p_{,j} - \rho_w b) \qquad (2)$$

$$q_{i,i} = -\frac{c}{\gamma_w}\dot{p} - Sr\dot{\varepsilon}_v \qquad (3)$$

ここでσ'は有効応力，pは間隙水圧，qは間隙水の流速，ρb及び$\rho_w b$は物体力，ε_vは体積歪みである。透水係数k，比水分容量c及びχは不飽和領域において非線形的な特性を持つ諸量である。(3)の第1項は圧力の変化により土中に貯留される水量を表わし第2項は土骨格の変形による水分の排出量を表わす。浸透流解析の場合においても圧密解析の場合においても，空間の離散化の際に対象とする方程式ではDarcy則を用いて流速を消去するのが一般的であるが，ここでは(1)～(3)をそれぞれ離散化する。応力ひずみ関係を(4)のように仮定し，微小ひずみを仮定したときのひずみ変位関係式(5)を用い基本変数として変位，流速，間隙水圧を選ぶ。力の釣り合い式，Darcy則，連続条件式に対して，それぞれ変位分布，流速分布，間隙水圧分布を重み関数として重み付き残差法を適用し，離散化を考え整理すると(6)～(8)のマトリックス方程式を得ることができる。この問題においては釣り合い式に対して力が規定される境界と変位が規定される境界があり，Darcy則に対して間隙水部分に作用する力が規定される境界と流速が規定される境界が考えられる境界値問題であるので既知のベクトルに対して上にバーを付して示してある。

$$\sigma'_{ij} = D_{ijkl}\,\varepsilon_{kl} \qquad (4)$$

$$\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2 \qquad (5)$$

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_1 \\ \bar{u}_2 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} Kp_1 S \\ Kp_2 S \end{bmatrix}\{P\} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \qquad (6)$$

$$\begin{bmatrix} M_{33} & M_{34} \\ M_{43} & M_{44} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} q_1 \\ \bar{q}_2 \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} Kp_3 \\ Kp_4 \end{bmatrix}\{P\} = \begin{Bmatrix} \bar{Q}_3 \\ Q_4 \end{Bmatrix} \qquad (7)$$

$$[TKp_1^T \; TKp_2^T]\begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{\bar{u}}_2 \end{Bmatrix} + [Kp_3^T \; Kp_2^T]\begin{Bmatrix} q_3 \\ \bar{q}_4 \end{Bmatrix} + [C]\{\dot{P}\} = \{0\} \qquad (8)$$

ここに，[K]は土の骨格の剛性マトリックス，[M]は間隙水の透水性に関係するマトリックス，[Kp]は空間の勾配に関するマトリックス，[T]は飽和度に関するマトリックス，[C]は貯留性に関するマトリックスであり[M]，[S]，[C]及び[T]は不飽和領域において一定ではない。これら(6)～(8)を連立して解けば問題を解析することができる。

3．逐次求解過程

時間方向の離散化に対しては(9)のような差分形式の公式を適用すると時刻t_nにおける諸量を用いて時刻$t_n+\Delta t$における未知量を求める漸化関形式は(10)のようになる。

$$\dot{u}^{n+\alpha} = (u^{n+1} - u^{n}) / \Delta t \quad , \quad u^{n+\alpha} = u^{n} + \alpha (u^{n+1} - u^{n}) \qquad (9) \quad 0 \le \alpha \le 1$$

$$\begin{bmatrix} \alpha K_{11} & 0 & -\alpha K p_1 S \\ 0 & \alpha M_{33} & -\alpha K p_3 \\ \Delta t^{-1} T K p_1^{T} & \alpha K p_3^{T} & \Delta t^{-1} C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1^{n+1} \\ q_3^{n+1} \\ p^{n+1} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (\alpha-1) K_{11} & 0 & (1-\alpha) K p_1 S \\ 0 & (\alpha-1) M_{33} & (1-\alpha) K p_3 \\ \Delta t^{-1} T K p_1^{T} & (\alpha-1) K p_3^{T} & \Delta t^{-1} C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1^{n} \\ q_3^{n} \\ p^{n} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \bar{F}_1^{n+\alpha} - K_{12} \bar{u}_2^{n+\alpha} \\ \bar{Q}_3^{n+\alpha} - M_{34} \bar{q}_4^{n+\alpha} \\ -T K p_2^{T} \bar{u}_2^{n+\alpha} - K p_4^{T} \bar{q}_4^{n+\alpha} \end{Bmatrix} \qquad (10)$$

飽和領域のみを対象とする場合には[ＫｐＳ]は[Ｋｐ]に，[ＴＫｐ^T]は[Ｋｐ^T]に一致し，また[Ｃ]は消去される。

４．数値解析例

【１】一次元浸透流解析　図１のように x＝０において水位がＨだけ急激に上昇し堤体内の滞水層の水頭が変化する問題おいてDupuitの仮定が成り立つとし準一次元問題として図２のようなモデルで解析した結果を図３に示す。

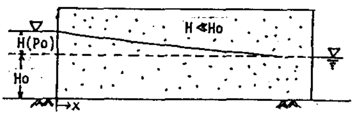

図1 解析対象

$k = 1.0 \times 10^{-2}$ (kgf/cm^2)

$E = 1.0 \times 10^{3}$ (kgf/cm^2)

$\nu = \frac{1}{3}$

$P_o = 0.1$ (kgf/cm^2)

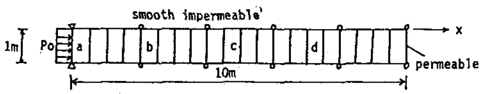

図2 解析モデル

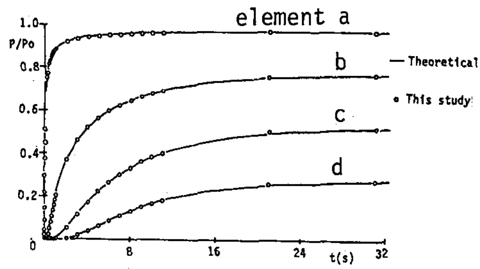

図3 間隙水圧の時間変化

【２】二次元非定常浸透流　図４に示すような２重締切された矢板回りの流れの解析を，図５に示すように水位を上げていった時について解析を行った。図４における等ポテンシャル線[3]は定常状態におけるもので本解析と比較することができる。図６～８に解析結果を示す。時刻 t ＝2000(s)においてほぼ定常状態になっている。

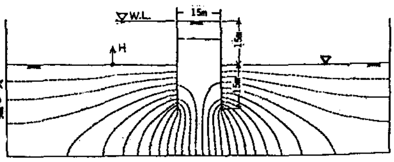

図4 解析対象及び等ポテンシャル線[3]

$k = 1.7 \times 10^{-2}$ (kgf/cm^2)

$E = 1.0 \times 10^{3}$ (kgf/cm^2)

$\nu = \frac{1}{3}$　　$\Delta t = 100$ (s)

飽和解析

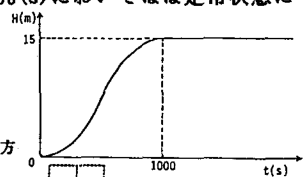

図5 水位の上げ方

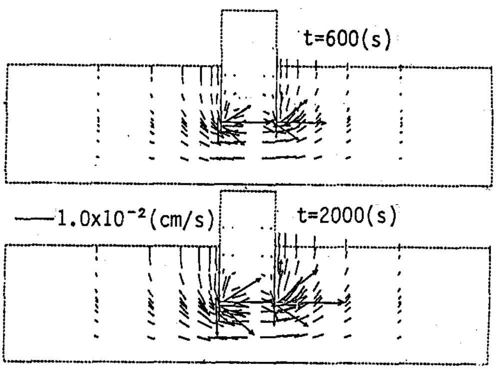

図6 流速ベクトル図

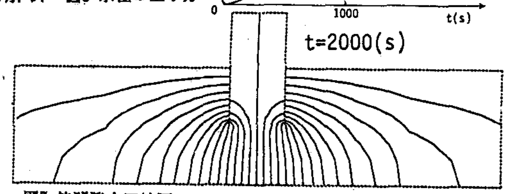

図7 等間隙水圧線図

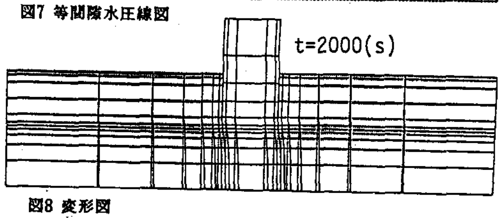

図8 変形図

参考文献　1)大西・村上:有限要素法による地盤の応力・変形を考慮した浸透流解析，土木学会論文報告集，第298号，1980-6　2)M.A.Biot:General Theory of Three-Dimensional Consolidation,J. of Apll. Phys. Vol.12 1941　3)斎藤・藤原：流線網の求め方の実例とそれらの問題点，土と基礎，1973-8　4)R.A.Freeze A.Cherry:GROUNDWATER