

I-19 曲げを受ける大形斜板要素の剛性マトリックスの作成

新構造技術欄
大阪工業大学
東洋技研コンサルタント(株)

正員○松尾法弘
正員 岡村宏一
正員 石川一美

1. まえがき：これまでに、任意の支持条件を持つような多径間平板構造の全体系と局所系を同時に解析する場合の離散化の手段として、例えば1径間にわたるような大形の平板要素の剛性マトリックスを作成し、その接続に際してリラクゼーション法に属する1種の分配法を併用する方法を提案した。あわせて、長方形平板要素、扇形平板要素の一方方向の剛性マトリックスを作成し、多径間平板構造の解析を行い良好な結果を得た。^{1)・2)}今回はこの方法を、多径間斜板構造の解析に拡張していく目的で、曲げを受ける一方方向の大形の斜板要素の剛性マトリックスを作成し、基本的な精度についての検討を行ったので、その結果について報告する。

2. 斜板要素の剛性マトリックスの作成：本解析では、式(1)に示される等方性矩形板の基礎方程式の解を級数解法によって与え、その解を基本解として斜板要素の剛性マトリックスを作成した。

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} x r &= \xi + r \cos \theta \\ y r &= \eta + r \sin \theta \end{aligned}$$

ここで、wはたわみ。

まず、図-1に示すように、矩形板を集中力(P, M)が作用する節線上で2分割し、それぞれのパネルにおける、曲げの基礎方程式の同次解を相対2辺単純支持、他の2辺が自由の境界条件、ならびに外力のつり合い条件と変位の連続条件を満足するように、級数解法によって与える。ここで、集中荷重(P)が作用する解を、直角座標(x, y)におけるξ, ηに極をもった極座標(r, θ)に変換する。また、集中モーメント(M)を受ける場合は座標変換した集中荷重の解に微分操作を加えて任意方向に作用する集中モーメントの解として与えている。さらに、図-2に示すような任意方向に分布幅(d)を持った荷重を受ける場合の解

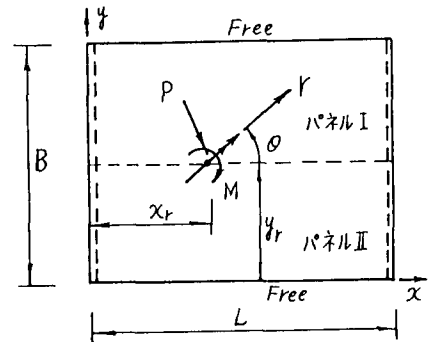


図-1

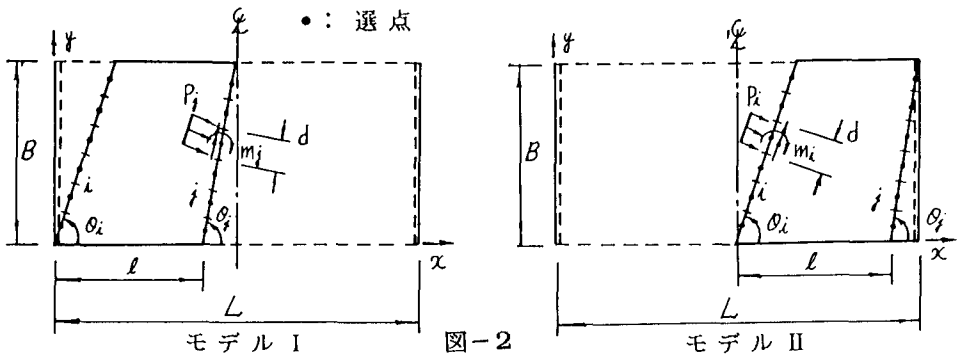


図-2

1)岡村,石川:小型計算機による多径間平板構造の解析,土木学会論文集, No.344,1984
2)岡村,石川:多径間曲線構造の一解法,土木学会論文集, No.374,1986

は、図-1の荷重状態での解を分布幅で積分することによって求める。

次に、図-3に示す節線(i, j)の任意の材端力(任意方向の断面に対するモーメントMn, 換算せん断力Vn)と隅角点を含む任意の材端変位(任意方向の断面におけるたわみWとたわみ角θn)を結ぶ剛性マトリックスを次の方法によって求める。すなわち剛性マトリックスは図-2に示すような辺長(B, L)の矩形板内に設けた節線(i, j)に線荷重(p)と線モーメント(m)を作用させたモデルI, IIを重ね合わせ、

選点法によって作成される。ここで、節線上の選点の材端力、材端変位は、次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 M_n &= M_x \cdot \sin^2 \theta + M_y \cdot \cos^2 \theta - 2M_{xy} \cdot \sin \theta \cos \theta \\
 V_n &= V_x \cdot \sin \theta + V_y \cdot \cos \theta \\
 &\quad - \{ (1-\nu)(Q_x \cdot \cos \theta - Q_y \cdot \sin \theta) \\
 &\quad - 4 \left(\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \sin \theta - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \cos \theta \right) \} - \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} \cos \theta \\
 \theta_n &= \theta_x \cdot \sin \theta + \theta_y \cdot \cos \theta
 \end{aligned} \tag{2}$$

ここに、Mx, Myはx, y方向の曲げモーメント、Qx, Qyはせん断力、Vx, Vyは換算せん断力、Mxyはねじりモーメント、θx, θyはたわみ角、θは節線iまたはjにおける角度。また、節線(i, j)上の隅角点定着力(R)は自由辺上のねじりモーメントMxyと任意方向の断面におけるねじりモーメントMntにより次の様に表される。

$$\begin{aligned}
 R &= Mnt + M_{xy} \\
 Mnt &= M_{xy}(\sin^2 \theta - \cos^2 \theta) + (M_x + M_y) \sin \theta \cos \theta
 \end{aligned} \tag{3}$$

したがって、図-3のように任意方向の断面に対する材端力の分布は節線上で分割された小区間の選点における平均量の重ね合わせによって近似され、それぞれの選点の材端変位と関係づけられる。

3. 計算例：ここでは、斜板要素の剛性マトリックスの精度を検証するための基本的な例題を示す。図-4の解析モデルは、2枚の台形板要素を直接剛性法を用いて接続した矩形板に全面等分布荷重(q)を偏心載荷させたもので、節線上の小区間の分割は等5分割(d = b/5)とした。表-1には、A-A断面での各選点における変位と断面力の値を示し、モデルを単一板として計算した級数解と比較している。この結果より級数解との差異は、5%以内に留っている。なお、本研究を行うにあたって、当時の大阪工業大学卒研生の佐々木雄一郎君の協力を得たことを記し、謝意を表す。

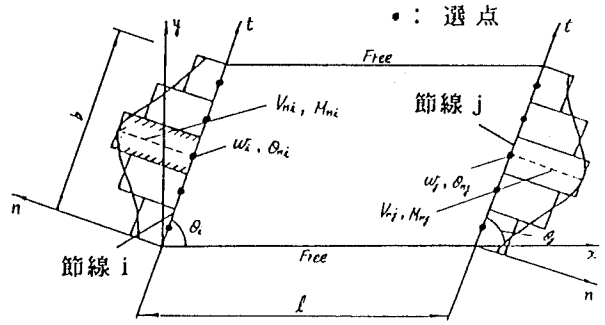


図-3

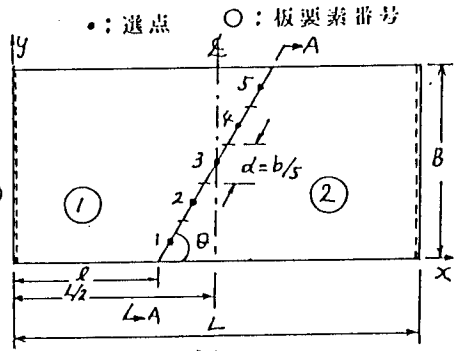


図-4

表-1

	選点	θ = 0 0度		θ = 5 0度	
		級数解	本解析値	級数解	本解析値
W aL ³ /D × 10 ⁻⁴	1	1.424	1.425	1.308	1.309
	2	1.397	1.397	1.368	1.369
	3	1.388	1.388	1.388	1.388
	4	1.397	1.397	1.368	1.369
	5	1.424	1.425	1.308	1.309
θn aL ² /D × 10 ⁻³	1	2.868	2.861	10.596	10.571
	2	1.412	1.415	5.255	5.251
	3	0.0	0.0	0.0	0.0
	4	-1.412	-1.415	-5.255	-5.251
	5	-2.868	-2.861	-10.596	-10.571
Vn aL × 10 ⁻²	1	3.629	3.641	2.814	2.853
	2	1.831	1.827	1.510	1.501
	3	0.0	0.0	0.0	0.0
	4	-1.831	-1.827	-1.510	-1.501
	5	-3.629	-3.641	-2.814	-2.853
Mn aL ² × 10 ⁻¹	1	1.221	1.229	0.742	0.749
	2	1.209	1.206	0.757	0.751
	3	1.205	1.205	0.761	0.761
	4	1.209	1.206	0.757	0.751
	5	1.221	1.229	0.742	0.749