I-17　面内力を受ける大形斜板要素の剛性マトリックスの作成

櫻田機械工業㈱　正員○南　邦明
大阪工業大学　正員　岡村宏一
東洋技研コンサルタント㈱　正員　石川一美

1．まえがき： 著者はこれまでに、任意の支持条件を持つような多径間平板構造の全体、ならびに局所の挙動を同時に解析する場合の離散化の手段として、例えば、１径間にわたるような大形の平板要素の剛性マトリックスを作成し、その接続にはリラクセーション法に属する１種の分配法を併用する方法を提案した。そして、曲げならびに面内力を受ける大形の長方形平板要素、扇形平板要素の一方向の剛性マトリックスを作成し、多径間平板構造の解析を行い良好な結果を得た。[1),2)] また、この方法を、多径間斜板構造の解析に拡張していく目的で、別文において、曲げを受ける一方向の大形の斜板要素の剛性マトリックスを作成し、基本的な精度についての検討を行っている。本文では、面内力を受ける一方向の大形の斜板要素の剛性マトリックスを作成し、その精度の検証を行ったので、その結果について報告する。

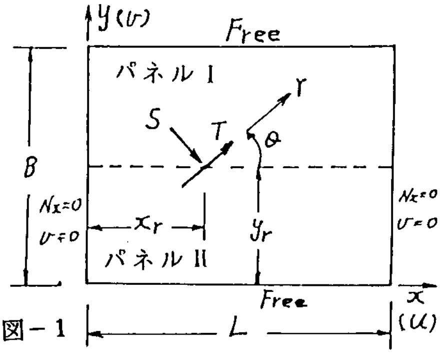
2．剛性マトリックスの作成： ここでは、式（１）に示す面内力を受ける等方性矩形板の基礎方程式の解を級数解法によって与え、その解を基本解として斜板要素の剛性マトリックスを作成した。

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2}+\frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4}=0 \qquad (1)$$

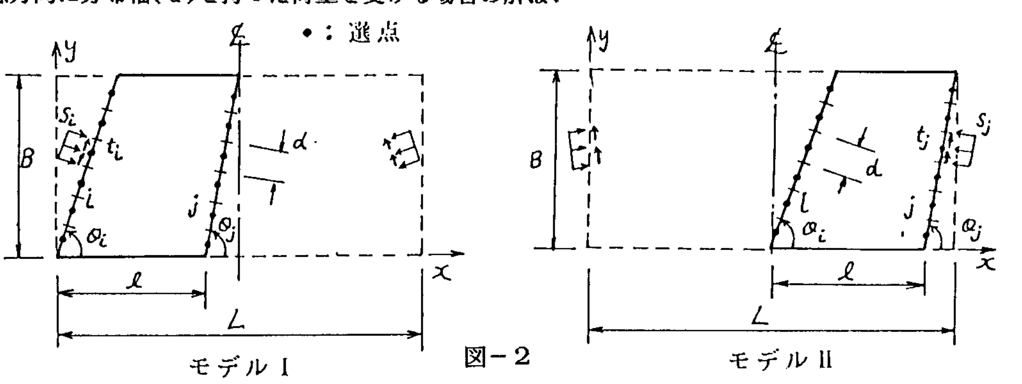
ここで、ϕは応力関数。

まず、図－１に示すように、矩形板を集中力(S，T)が作用する節線上で２分割し、それぞれのパネルにおける、基礎方程式の同次解を相対２辺でNx＝０、v＝０、他の２辺が自由（Ny＝０,Nxy＝０）の境界条件、ならびに外力のつり合い条件と変位の連続条件を満足するように、級数解法によって与える。次に、集中荷重(S，T)が作用する解を、直角座標（x，y）におけるξ、ηに極をもった極座標（r，θ）に変換する。さらに、図－２に示すような任意方向に分布幅(d)を持った荷重を受ける場合の解は、

$$x_r=\xi+r\cos\theta$$
$$y_r=\eta+r\sin\theta$$



図－１

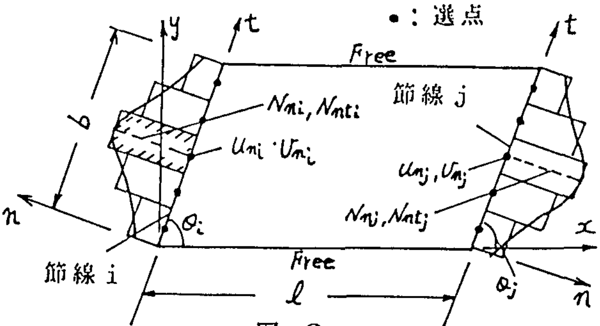


図－２

1)岡村,石川:小型計算機による多径間平板構造の解析,土木学会論文集,No.344,1984
2)岡村,石川:多径間曲線構造の一解法,土木学会論文集,No.374,1986

図－１の荷重状態での解を分布幅で積分することによって求める。

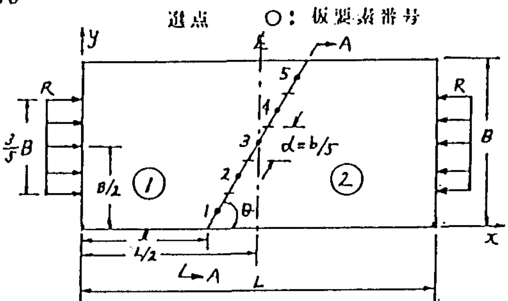
次に、図－３に示す節線（ｉ，ｊ）の任意の材端力（任意方向の断面に対する軸力Ｎｎ，せん断力Nnt）と任意の材端変位（任意方向の断面における変位ｕｎ，ｖｎ）を結ぶ剛性マトリックスを次の方法によって求める。すなわち剛性マトリックスは、図－２に示すような辺長（Ｂ，Ｌ）の矩形板内に設けた節線（ｉ，ｊ）に線荷重(ｓ，ｔ)を作用させたモデルⅠ,Ⅱを重ね合わせ、選点法によって作成される。ここで、節線上の選点の材端力、材端変位は、次式で与えられる。



図－３

$$
\begin{aligned}
Nn &= Nx \cdot \mathrm{Sin}^2\theta + Ny \cdot \mathrm{Cos}^2\theta - 2Nxy \cdot \mathrm{Sin}\theta\,\mathrm{Cos}\theta \\
Nnt &= Nxy(\mathrm{Sin}^2\theta - \mathrm{Cos}^2\theta) + (Nx - Ny)\mathrm{Sin}\theta\,\mathrm{Cos}\theta \\
un &= u \cdot \mathrm{Sin}\theta - v \cdot \mathrm{Cos}\theta \\
vn &= u \cdot \mathrm{Cos}\theta + v \cdot \mathrm{Sin}\theta
\end{aligned}
\qquad (2)
$$

ここに、Nx,Nxyはｘ，ｙ方向の軸力、Nxyはせん断力、u,vはｘ，ｙ方向の変位、θは節線ｉまたはｊにおける角度。



図－４

したがって、図－３のように、任意方向の断面に対する材端力の分布は、節線上で分割された小区間の選点における平均量の重ね合わせによって近似され、それぞれの選点の材端変位と関係づけられる。

３．計算例：ここでは、斜板要素の剛性マトリックスの精度を検証するための基本的な例題を示す。図－４の解析モデルは、２枚の台形板要素を直接剛性法を用いて接続した矩形板の端部に部分線荷重(Ｒ)を作用させている。ここで、節線上の小区間の分割は等５分割（ｄ＝ｂ／５）とした。

表－１には、Ａ－Ａ断面での各選点における変位と断面力の値を示し、モデルを分割しない単一板として計算した級数解と比較している。この結果より級数解との差異は、１％以内に留っており、別文で示している曲げを受ける場合と同程度の精度を持っている。

なお、本研究を行うにあたって、当時の大阪工業大学卒研生の長尾伸哉君の協力を得たことを記し、謝意を表する。

表－１

	選点	θ＝80度		θ＝50度	
		級数解	本解析値	級数解	本解析値
Un RL/EH ×10⁻²	1	－1．821	－1．821	－6．841	－6．840
	2	－0．908	－0．908	－3．397	－3．397
	3	0．0	0．0	0．0	0．0
	4	0．908	0．908	3．397	3．397
	5	1．821	1．821	6．841	6．840
Vn RL/EH ×10⁻²	1	2．869	2．870	3．739	3．738
	2	1．500	1．501	1．807	1．808
	3	0．0	0．0	0．0	0．0
	4	－1．500	－1．501	－1．807	－1．807
	5	－2．869	－2．870	－3．739	－3．738
Nn RL²/H²×10⁻²	1	7．787	7．791	4．733	4．740
	2	7．736	7．730	4．707	4．701
	3	7．736	7．731	4．631	4．626
	4	7．735	7．730	4．707	4．701
	5	7．787	7．791	4．733	4．740
Nnt RL²/H²×10⁻²	1	1．360	1．366	3．874	3．880
	2	1．352	1．349	3．978	3．971
	3	1．386	1．385	3．990	3．993
	4	1．352	1．349	3．978	3．971
	5	1．360	1．366	3．874	3．880