

I-14

剛体の有限変位問題として定式化した
機構解析について

本州四国連絡橋公団 正 員 臼田幸生

岐阜大学 正 員 藤井文夫

はじめに 建設機械や産業用ロボットの運動学的機能に関する研究は、主に機械工学における機構学として知られている分野に属するテーマである。構造解析学的にはこれまで、機構系の変位とは非正則な剛性行列のゼロ固有値に対応する固有モードとして知られている。しかしこれは微小変位の範囲内である。そこで本研究では機構解析の問題を、力のつり合いの取れないキネマチックな構造系が、弾性変形を伴わずに剛体として有限変位する問題としてとらえ、機構解析を剛性マトリックス法を用いて定式化することを試みた。この際、機構系の部材の断面剛性(EA, EI)は全くのダミー変数となる。弾性有限変位問題では全変位から剛体変位を除去する手法があるが、この機構解析では逆に誤差としての弾性変形を取除いてゆくことになる。これにより、UickerやSparisらの機構学におけるマトリックス法とは全く異なる定式化が可能となる。本研究では平面機構系の解析に限ったが、既存の変位型の汎用プログラムにも容易にincorporate できるため、より一般的な3次元機構系にも拡張できるものと期待される。

計算理論 平面機構系の離散化要素として、図1にもあるような2節点6自由度の直線はり部材を採用する。この部材の要素剛性行列は、断面剛性値であるEA, EIのほかにも、部材傾斜角 ϕ にも依存して評価される。このうち弾性変形に関連するEA, EIの値は、剛体変位のみを示す機構系においては全く仮の入力変数であり、弾性変形を除去する反復計算の過程でのみ意味を有するパラメータとなる。剛体の有限変位問題としての機構解析においては、部材傾斜角 ϕ のみが刻々変化することになる。図1においては、 C_0 が部材ABの初期形状であり、 C_1 は機構全体がある剛体変位を示した後の形状である。この C_1 においては、弾性変形が完全に除去されているため両節点の節点回転角 θ については、 $\theta_A = \theta_B$ が成り立ち、新たな部材傾斜角は $(\phi + \theta_A)$ となる。この部材傾斜角をもとに要素剛性行列を再評価し、系全体の剛性方程式を組立てる。機構系の剛性行列は特異であるため、行を一行抜いてつり合い方程式を一本消去する。この結果、未知節点変位の数に対して条件式が一本不足する。この連立方程式(接線方程式)から未知節点変位間の連比を求め弧長概念を導入し、つぎの形状 C_2 を予測する。実際に予測される形状は C_2 ではなく、誤差としての弾性変形(曲げ変形は殆ど発生せず、主に軸方向変形)を含む C_2' である。そこで $C_1 \rightarrow C_2'$ の変位において、A端の節点変位増分($dU_A, dV_A, d\theta_A$)を部材全体の剛体変位パラメータとすれば、B端の節点変位増分($dU_B, dV_B, d\theta_B$)から、部材の弾性変形に關与する成分($dU_B, dV_B, d\theta_B$)_eを抽出することができる。 C_2' についての部材傾斜角である $(\phi + \theta_A + d\theta_A)$ を用いて要素剛性行列を更新し、B端の弾性節点変位成分から節点で発生している節点断面力(不つり合い力)を算出することができる。つぎに、この誤差としての不つり合い力を打ち消すような節点外力を作用させ、弾性変形を消去して徐々に $C_2' \rightarrow C_2'' \rightarrow C_2''' \rightarrow \dots \rightarrow C_2$ と収束させて行く。この様に部材傾斜角を常に更新させてながら弾性変形を除去してゆくと、通常は2~3回の反復計算で容易に目的の C_2 に達することができる。

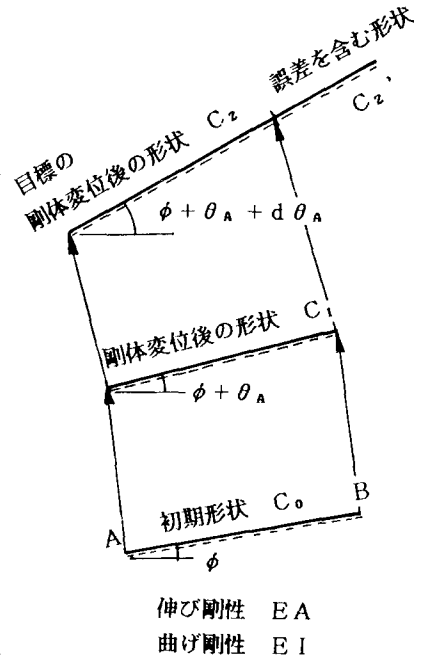


図1 剛体の有限変位

計算例 図2と図4の二つの機構系についての応用例を示す。図2は、3本の部材から成る機構系で、部材1-2の部材回転角を制御したときの機構運動を図3に示す。わずかの反復回数で、剛体変位運動を100%に近い精度で追跡することができる。図4は節点2において、部材1-2と部材2-6、そして部材3-2と部材2-4とがそれぞれ剛結で、その他の組合わせの連結状態はすべてピンである機構系である。ここでの問題は制御パラメータの選択で、節点5の水平変位や、部材1-2の部材回転角を制御すると、部材4-5と部材5-6は開かず図5のように不本意な機構運動となる。最終的には、部材4-5の回転を制御することにより、図6のようなアーム運動をシュミレートできる。

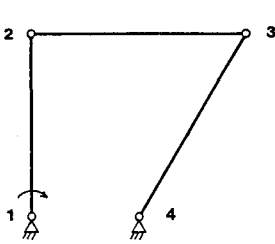


図2 3本材機構系

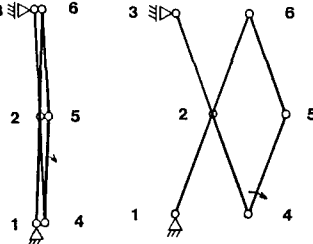


図4 アーム機構

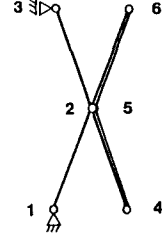
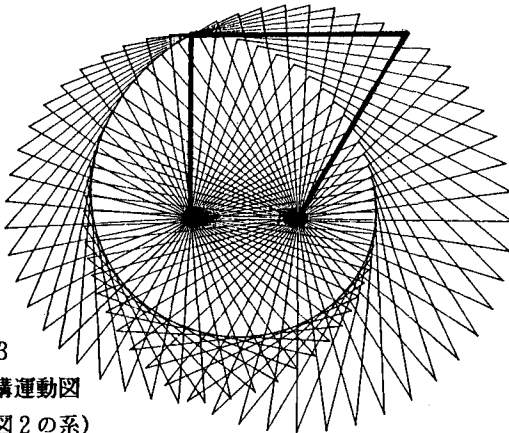
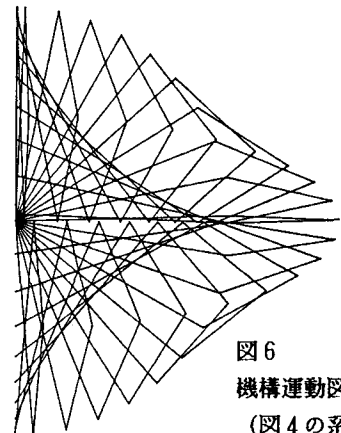


図5 制御パラメータの選択

図3
機構運動図
(図2の系)図6
機構運動図
(図4の系)

まとめ 機構学とは異なるアプローチで、構造解析学的に剛性マトリックス法による機構解析の定式化を試みた。提案された算法は、変位法をベースとした汎用プログラムにも容易に組み入れることができる。本研究は工学の基礎研究として行われたが、将来的には機械工学以外にも構造工学的な応用として、剛体と離散化弾性体（弾性バネ）からなる構造モデルの有限変位問題、Rigid-Body Motion Test〔4〕などへの適用が考えられる。

参考文献

- 〔1〕 藤井文夫；”実用ポケコン構造解析〔Ⅲ〕剛体を含む系（その1）”，土木施工25巻16号，1984
- 〔2〕 藤井文夫；”実用ポケコン構造解析〔Ⅲ〕剛体を含む系（その2）”，土木施工25巻18号，1984
- 〔3〕 Sparis, P.D. and S.G. Mouroutsos, "Cranking planar mechanisms on a microcomputer", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 40, pp.261-276, 1983
- 〔4〕 Yang, Y.-B. and Chiou, H.-T., "Rigid body motion test for nonlinear analysis with beam elements", ASCE., EM., Vol.113, No.9, pp.1404-1419, 1987
- 〔5〕 Van der Werff, K. "Dynamic analysis of planar mechanisms with rigid links", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 11(1977), 1-18