

PSI-24 地盤との動的相互作用を考慮した構造系の非線形応答解析

京都大学防災研究所 正員 佐藤忠信

1. まえがき

地盤—基礎—上部構造系の振動解析を行う場合には、地盤—構造系を合理的にモデル化する必要がある。良く用いられるのは、波動論に基づくモデル化、並進・回転バネを用いたモデル化（SRモデル）、並列多質点系へのモデル化、有限要素法を用いたモデル化、境界積分法によるモデル化等である。線形応答に限ればいずれの手法を用いても、モデル化の時点で、モデルパラメータ間の等価正を十分に考慮すれば、ほぼ同様な解析結果を得ることが出来るようになってきている。しかし、非線形問題の解析では、モデル化そのものにも問題が多く、解析法も十分に確立されているとは言えない。ここでは、SRモデルを用いた場合に、動的相互作用を考慮して、構造系の非線形応答を求めるための時間積分法について、理論的な展開を図るとともにいくつかの問題点を指摘する。

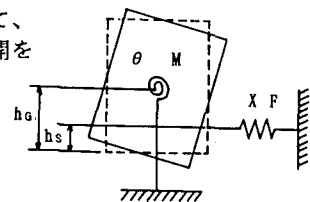


図1 SRモデル

2. 力学モデル

基礎構造系は図1に示すようにSRモデルで表わされるものとした。基礎の重心に関する運動方程式は次式で表される。

$$\begin{bmatrix} M_o & 0 \\ 0 & I_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_x & -C_x h_g \\ -C_x h_g & C_T + C_x h^2 g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F(t) \\ M(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

ここに、 F と M はそれぞれ作用外力と重心回りのモーメント、 x と θ はそれぞれ重心位置での水平変位と回転角、 K_x と K_T ならびに C_x と C_T は並進と回転にたいするバネ剛性と減衰係数、 h_g と h_s はそれぞれ重心までの高さや水平バネの作用位置である。

基礎構造をSRモデルで表すと、 K_x と K_T ならびに C_x と C_T は、図2に示すように、加振周波数に依存する関数になる。したがって、式(1)をそのまま積分することは困難であり、周波数に依存する項を時間領域に変換した上で数値積分を行う必要が生ずる。以下、簡単のために1自由度系で説明を加えるが、多次元の問題にもそのまま展開が可能である。運動方程式は次式で表わされる。

$$m\ddot{x} + C(\omega)\dot{x} + K(\omega)x = -my \quad (2)$$

ここに、 $C(\omega)$ 、 $K(\omega)$ は周波数に依存した減衰と剛性である。

$C(\omega)$ 、 $K(\omega)$ を次式のように定数と ω の関数の項とに分解する。

$$C(\omega) = C_0(1 + C_\omega) \quad (3)$$

$$K(\omega) = K_0(1 + K_\omega) \quad (4)$$

式(3.4.11)、(3.4.12)を式(3.4.10)に代入しフーリエ変換を行い整理すると次式を得る。

$$-\omega^2 m \hat{x} + i\omega C_0 \hat{x} + K_0 \hat{x} = -my - \left(\frac{C_\omega + i\omega \frac{C_0}{K_0}}{K_0} \right) K_0 \hat{x} \quad (5)$$

さらにフーリエ逆変換を行うと次式のようになる。

$$m\ddot{x} + C_0\dot{x} + K_0x = -my - K^* \dot{x} \quad (6)$$

ただし K^* は次式を逆変換したものである。

$$K_\omega + i\omega \frac{C_0}{K_0} C_\omega \quad (7)$$

ここで、 $K_0x \equiv F(t)$ とおくと次式を得る。

$$m\ddot{x} + C_0\dot{x} + F(t) = -my - \int_{-\infty}^{\infty} K^*(t-\tau)F(\tau)d\tau \quad (8)$$

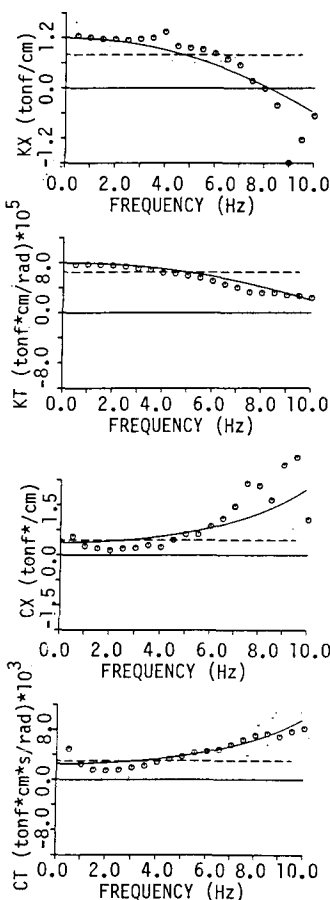


図2 複素剛性の振動数依存性

式(8)が通常の運動方程式と異なる所は、右辺に K^* と F の合成積が含まれていることである。この合成積に現れる K^* は因果性を満たしていないため、合成積の計算には未来の $F(t)$ の値が必要となる。この矛盾点を避けるため、因果性を有する関数はそのフーリエ変換の実部と虚部とがHilbert変換で結び付けられており、互いに独立ではない事実に着目した。本研究では式(7)の実部からHilbert変換により虚部 $B(\omega)$ を求め、 $K_w + i\omega B(\omega)$ を逆変換することにより、因果性を満たす時間関数 H^* を算出し、式(8)の K^* の部分に代入することにより合成積を $0 \sim t$ の間の積分に変換した。この場合、 K^* は因果性を満たした H^* に変換され、 C_0 は $C_0 + A$ に置き換えられる。 A の値はHilbert変換に現れる積分領域の上限から決定される定数であり、 $C_0 \cdot C_w / K_0 - B(\omega)$ で与えられる。

3. 数値計算例

先に示した図2は浅い根入れのあるフーチング基礎について、実験的に求めた並進ならびに回転のバネ剛性ならびに減衰係数の振動数依存性を与えたものである。図中の印は実験結果であり、バネ剛性のデータに沿った実線はバネ剛性の減少が ω^2 に比例するものと仮定して実験値を近似したものである。減衰係数の部分にある実線は、バネ剛性の近似曲線を用いてHilbert変換により解析的に求めたものである。図3はここで提案している時間積分の精度を検証したものである。構造特性は線形であるとして、重心点での水平変位を求めた結果である。Taft S69Eの記録を入力地震波とした。上側の結果は周波数領域で応答値を求めておき、それをフーリエ逆変換して応答の時間履歴を計算したものである。下側の結果は、ここで提案する方法で逐次時間応答を求めたものである。数値積にはNewmarkの β 法を用いた。両者の比較から、ここで提案する数値積分手法の妥当性が明らかになる。

基礎構造物をSRモデルで表現するとき、バネ剛性と減衰係数を周波数に依存しない定数として定義することがある（定数係数モデル）。また、減衰定数を定数とし、バネ剛性については式(4)の $K_0 \cdot K_w$ を ω^2 項のみとし、式(5)の第1項の質量項に付加することもある（付加質量モデル）。図4はここで提案する方法（合成積モデル）による結果も含めて、3者の応答結果に及ぼす影響を比較したものである。定数値は図2の破線で示される値とした。結果として、応答は定数係数、付加質量、合成積モデルの順に小さくなっていく。したがって、動的相互作用の問題を時間領域で解析するためには、従来から行われてきた定数係数解析や付加質量に基づく解析では十分に相互作用行か表現できないことが明かである。

最後に、式(1)あるいは(8)に現れる復元力の項をパーサタイルモデルで表現できるとして、重心点での水平変位の時間履歴を求めたのが図5である。非線形復元力を考慮した場合にも数値積分スキームの安定なことが分かる。

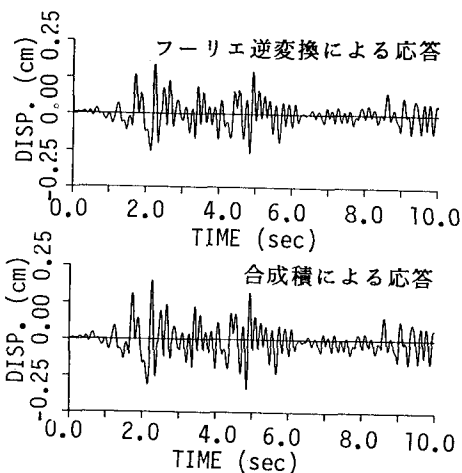


図3 数値積分の精度の検討

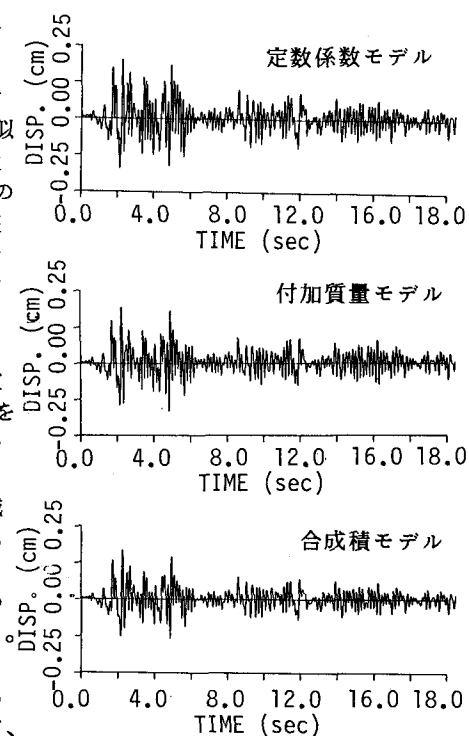


図4 各種モデルの応答時刻歴

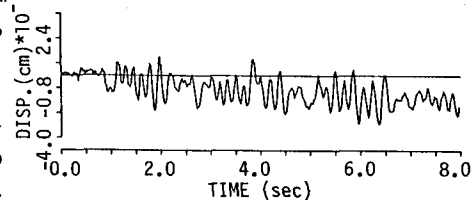


図5 非線形応答時刻歴