

## VI-65

## カルマン・フィルターを用いたシールド位置の制御手法

武蔵工業大学 工学部 正会員 星谷 勝  
東急建設 土木技術部 正会員 ○酒井邦登

1. はじめに 最近のシールドトンネル工事には小型コンピュータを用いた自動計測システムが多数適用されている。しかし、従来は計測データに含まれる誤差の除去、時系列のデータから制御に使用する範囲の決定、時系列の計測データ中での新旧の重み付け等が困難であることから、最適な制御には至っていない。ここに提案する手法は既施工区間のジャッキ稼働パターンとシールド位置の偏差変化状況から、カルマン・フィルター理論を有効に用いて最適ジャッキ稼働パターンを算出するもので、前述の問題点を克服しただけでなくシーケンシャルに取り込んだデータを処理するたびに廃棄できるため小型コンピュータを用いたオンライン処理に適している。

2. 位置制御の基本式 シールドトンネルの路線線形の計測結果・予測結果に基づいた制御を行うには、対象系の物理的意味を考慮に入れた入力と出力の関係式が必要となる。シールド位置の計画路線からの偏差をそのままジャッキ稼働パターンによるモーメントに結びつけることは不可能であるため、シールド位置の計画路線からの軌跡の方向偏差を横軸のスケールである掘進距離で微分した軌跡の方向偏差変化率を観測データとして取扱うこととする。シールドの掘進に伴って、時々刻々と得られるシールド位置の計画路線からの偏差を、時系列データとしてとらえ、図-1に示す。シールド位置の偏差を用いれば、シールド位置軌跡の方向偏差は水平方向、鉛直方向に対して、それぞれ以下の式で与えられる。

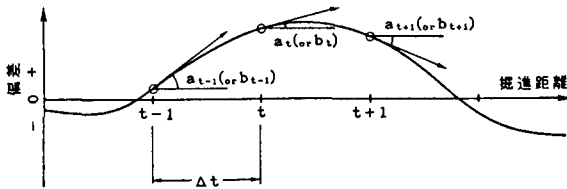


図-1 シールド位置の偏差変化状況

$$a_t = \frac{x_t - x_{t-1}}{\Delta t} \quad (1), \quad b_t = \frac{y_t - y_{t-1}}{\Delta t} \quad (2)$$

ここに、 $x_t(y_t)$ : 水平(鉛直)方向のシールド位置の偏差、 $a_t(b_t)$ : 水平(鉛直)方向のシールド位置の軌跡の方向偏差、 $\Delta t$ : 掘進距離の計測間隔、 $t$ : 掘進距離、である。

シールド位置の軌跡の方向偏差の掘進距離に対する変化率が、シールドジャッキに作用させるモーメントに比例するものとして、ベクトル量の関係を水平方向、鉛直方向に分離して示すと次のように書ける。

$$\alpha_t = \frac{a_t - a_{t-1}}{\Delta t} = \frac{x_t - 2x_{t-1} + x_{t-2}}{(\Delta t)^2} = K_x \cdot Vx_t \quad (3)$$

$$\beta_t = \frac{b_t - b_{t-1}}{\Delta t} = \frac{y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2}}{(\Delta t)^2} = K_y \cdot Vy_t \quad (4)$$

ここに、 $\alpha_t(\beta_t)$ : 水平(鉛直)方向のシールド位置の軌跡の方向偏差変化率、 $Vx_t(Vy_t)$ : 水平(鉛直)方向のモーメント、 $K_x(K_y)$ : 方向の偏差変化率とモーメントの水平(鉛直)方向変換係数、である。

次に、シールド機の図心まわりにモーメントを考えてジャッキ稼働パターンを物理量に変換する。

図心Oに対する任意のジャッキ稼働パターンによるモーメントは、式(5)、(6)で表現される。

$$Vx = \sum_{i=1}^m \frac{P}{n} \cdot (x_i - x_0) \cdot S_i \quad (5)$$

$$Vy = \sum_{i=1}^m \frac{P}{n} \cdot (y_i - y_0) \cdot S_i \quad (6)$$

ここに、 $m$ : ジャッキ総数、 $n$ : ジャッキ稼働数、 $O(x_0, y_0)$ : 図心、 $P$ : 全推力、 $J_i(x_i, y_i)$ : ジャッキ作用点、 $S_i$ : ジャッキ稼働の有無を表し、有のとき1、無のとき0とする。

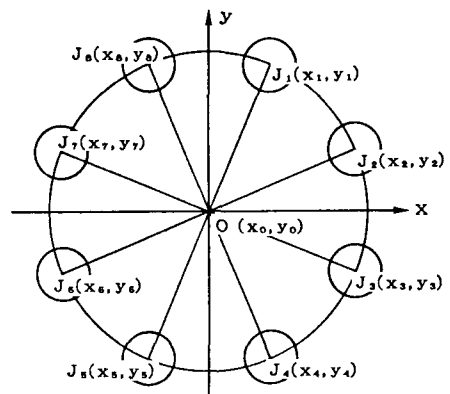


図-2 ジャッキ稼働パターン図

以上より、シールド位置の軌跡の方向偏差変化率を推力およびジャッキ稼働パターンの可観測である物理量に関連させると、式(3)～(6)から、式(7)、(8)で表現される。

$$\alpha_t = K_x \cdot \sum_{i=1}^m \frac{P}{n} \cdot (x_i - x_0) \cdot S_i \quad (7) \quad \beta_t = K_y \cdot \sum_{i=1}^m \frac{P}{n} \cdot (y_i - y_0) \cdot S_i \quad (8)$$

3. カルマン・フィルタへの定式化 カルマン・フィルタ理論については他の文献<sup>(1)・(2)</sup>に委ねることにした。各種同定問題をカルマン・フィルタに定式化するためには、対象系を状態方程式と観測方程式に表現する必要がある。推定したい状態量に水平、鉛直方向の変換係数 $K_x$ 、 $K_y$ を取ると、係数は定常であることから、状態方程式は式(9)、(10)で表現される。

$$[K_x]_{t+1} = [K_x]_t + w_t \quad (9) \quad [K_y]_{t+1} = [K_y]_t + w_t' \quad (10)$$

ここに、 $w_t$ ：状態量のノイズ(水平方向)、 $w_t'$ ：状態量のノイズ(鉛直方向)、である。

観測量はシールド位置軌跡の方向偏差変化率であるから、観測方程式は式(11)、(12)で表現される。

$$\alpha_t = K_x \cdot \sum_{i=1}^m \frac{P}{n} \cdot (x_i - x_0) \cdot S_i + v_t \quad (11) \quad \beta_t = K_y \cdot \sum_{i=1}^m \frac{P}{n} \cdot (y_i - y_0) \cdot S_i + v_t' \quad (12)$$

ここに、 $v_t$ ：観測雑音(水平方向)、 $v_t'$ ：観測雑音(鉛直方向)、である。

以上より、掘進距離 $t$ までの最適変換係数は逐次観測データに基づいて修正されていく。

4. シールド位置の最適制御量の算出 シールド位置の制御には、何点か先の目標到達点を設定して、カルマン・フィルタにより求められた最適変換係数から、制御量のモーメントを算出し、このモーメントに見合う最適ジャッキ稼働パターンを決定する。さて、現在シールド位置偏差を $(x_t, y_t)$ とし、すりつけ点の $j$ 点先の目標到達点を $(x_{t+j}, y_{t+j})$ とすると、式(1)、(2)より、 $j$ 点先のシールド位置軌跡の方向偏差は式(13)、(14)で表現される。

$$a_{t+j} = \frac{x_{t+j} - x_t}{j \cdot \Delta t} \quad (13) \quad b_{t+j} = \frac{y_{t+j} - y_t}{j \cdot \Delta t} \quad (14)$$

そのとき、シールド位置軌跡の方向偏差の掘進距離に対する変化率は、

$$\alpha_{t+j} = \frac{a_{t+j} - a_t}{j \cdot \Delta t} = \frac{x_{t+j} - (j+1) \cdot x_t + j \cdot x_{t-1}}{(j \cdot \Delta t)^2} \quad (15) \quad \beta_{t+j} = \frac{b_{t+j} - b_t}{j \cdot \Delta t} = \frac{y_{t+j} - (j+1) \cdot y_t + j \cdot y_{t-1}}{(j \cdot \Delta t)^2} \quad (16)$$

ここで、我々が制御したいモーメントは、式(3)、(4)、(15)、(16)により式(17)、(18)のように既知量だけで表現される。

$$V_{x_{t+j}} = \frac{x_{t+j} - (j+1) \cdot x_t + j \cdot x_{t-1}}{K_x \cdot (j \cdot \Delta t)^2} \quad (17) \quad V_{y_{t+j}} = \frac{y_{t+j} - (j+1) \cdot y_t + j \cdot y_{t-1}}{K_y \cdot (j \cdot \Delta t)^2} \quad (18)$$

最適ジャッキ稼働パターンは必要制御モーメントと可能ジャッキ稼働パターンによるモーメントの自乗誤差を最小にすることで求められる。

$$G = \sqrt{(V_x - V_{x_{t+j}})^2 + (V_y - V_{y_{t+j}})^2} \\ = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^m \frac{P}{n} \cdot (x_i - x_0) \cdot S_i - V_{x_{t+j}}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^m \frac{P}{n} \cdot (y_i - y_0) \cdot S_i - V_{y_{t+j}}\right)^2} \Rightarrow \text{Minimum} \quad (19)$$

5. おわりに 今回、算出した最適制御量は既施工区間のジャッキ稼働パターンとシールド位置の偏差変化状況より、カルマン・フィルタ理論を有効に用いて求められたものであるが、これは目標到達点までの距離と座標が与えられていることが前提となっている。基本的には一番近い将来点において、シールド位置の偏差が0になることが望ましいが、シールドトンネルの線形の問題上、偏差の程度や過去の軌跡に無関係な制御を行なうことは許されないため、現状では、シールド位置の偏差の程度に応じて、目標到達点までの距離と座標を経験に基づいた技術者の判断により設定しているのが実情である。今後、実施工でシールド位置偏差が生じたときに、無理なく緩やかにシールドトンネルの線形を計画路線に戻すための修正用軌道の設定方法を数パターン用意しておく必要がある。

参考文献 (1) たとえば、片山徹：応用カルマンフィルタ、朝倉書店、1983。

(2) たとえば、Jazwinski A.H.: Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic Press, 1970。