

東京大学大学院 学生員 ○李 宝禄  
東京大学工学部 正会員 前川 宏一

## 1. はじめに

鉄筋コンクリート構造の有限要素解析において、ひびわれ面での変形挙動が構造全体の力学挙動に影響を及ぼす場合が認められている。せん断伝達を主対象とした検討及びせん断膨張をも考慮に入れた検討が行われているが、任意に設定された応力経路に対応しにくい面がある。本研究では、ひびわれ面の幾何学的性状を接触面密度関数で表現し、また、接触面を剛塑性と仮定することによって、ひびわれ面に生じる応力伝達を任意の応力経路に対応できるように定式化することを試みた。

## 2. 接触面密度関数に基づく応力伝達モデル

図-1に示したように、コンクリートひびわれ面にせん断ずれると開口変形（ひびわれ幅） $\omega$ が生じた場合、それぞれ異なる方向でひびわれ同士が接触することによって、圧縮応力 $\sigma$ とせん断応力 $\tau$ が伝達される（図-1に示される応力及び変形の方向は正とする）。ひびわれ面に伝達されるせん断応力と圧縮応力はそれぞれ次のように表される<sup>(1)</sup>。

$$\begin{aligned}\tau &= \int d\tau = \int z \, dA \sin\theta = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} z \sin\theta \, At \, \rho(\theta) \, d\theta \\ \sigma &= \int d\sigma = \int z \, dA \cos\theta = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} z \cos\theta \, At \, \rho(\theta) \, d\theta \quad (1)\end{aligned}$$

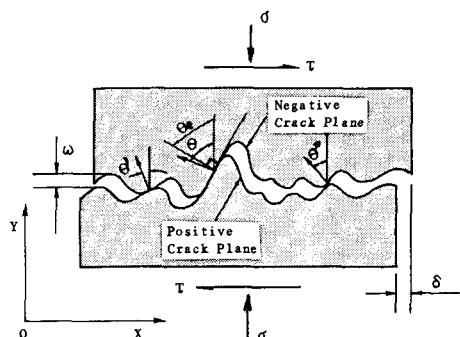


図-1. ひびわれのモデル化

ここに、 $At(>1)$ は単位面積当たりのひびわれが有する全接触表面積である。 $\rho(\theta)$ は接触面方向密度関数と定義され、接触面傾きの $(-\pi/2, \pi/2)$ にわたる確率分布を表す。 $z$ は接触面に発生する接触圧縮応力（正とする）を表す。

### 2.1 接触面密度関数の定式化

ひびわれ面の接触方向については粗骨材の影響を受けるが、ひびわれ平行方向にある接触面は相対的に多く、垂直方向にあるのは少ないと立脚して、接触応力関数（後述）と同時に、実験との対応から、次のように仮定した。

$$\rho(\theta) = 0.5 \cos\theta \quad (2)$$

### 2.2 接触応力 $z$ とひびわれ全表面積 $At$

普通コンクリート（本文で使用された実験のコンクリートの圧縮強度は $200\text{-}500\text{kgf/cm}^2$ である）のひびわれ面で、粗骨材とモルタルの接触が主な応力伝達機構であり、モルタルの変形のほとんどは非回復性と考えられる。モデルでは、接触応力関数 $z$ は剛塑性として、接触面法線方向での変形 $\omega t$ が圧縮（つまり、 $\omega t = -\omega \cos\theta + \delta \sin\theta > 0$ ）であれば、応力伝達が発生すると仮定する。

一方、ひびわれ全表面積 $At$ および接触応力 $z$ については、それぞれの厳密的な測定が困難であるが、表面積はひびわれ面の粗さ、接触応力はコンクリートの強度に関係すると考えられる。ただし、実験との照合から、ひびわれ面粗さの影響が無視できると判断されたため、コンクリート強度のみの関数として、両者の積を次式で与えた。

$$z At = 72 f_c^{1/3} \quad (3)$$

$f_c$ はコンクリートの一軸圧縮強度( $\text{kg}/\text{cm}^2$ 、正)である。

### 2.3 せん断伝達モデル

式(2,3)を式(1)に代入して、 $\omega t > 0$ の領域について積分すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned}\tau &= k \frac{\delta^2}{\delta^2 + \omega^2} \\ \sigma &= k \left[ \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \frac{\omega}{\delta} - \frac{\omega \delta}{\omega^2 + \delta^2} \right] \\ k &= 18 f_c^{1/3} (\text{kg}/\text{cm}^2)\end{aligned}\quad (4)$$

式(4)から分かるように、応力 $\tau$ 、 $\sigma$ は $\delta/\omega$ (以下 $\alpha$ とする)の関数となっている。これを参考に、除荷・再載荷経路においても、両者の比の関数で定式化することについて検討し、それを次のように仮定する。

$$[\delta/\omega]_p = \alpha_p = 0.85 \alpha_{\max} = 0.85 [\delta/\omega]_{\max}$$

$$\tau = \tau_{\max} \left[ \frac{\alpha - \alpha_p}{\alpha_{\max} - \alpha_p} \right]^3, \quad \sigma = \sigma_{\max} \left[ \frac{\alpha - \alpha_p}{\alpha_{\max} - \alpha_p} \right]^{2/3} \quad (5)$$

ここで、 $\alpha_p$ は塑性変形を代表するもので、 $\alpha_{\max}$ の85%と仮定されている。また $\tau_{\max}$ と $\sigma_{\max}$ は式(4)より得られる $\alpha_{\max}$ に対応する過去最大伝達応力である。

### 2.4 モデルと実験結果との比較

本文で提案されたモデル(式(4)と式(5))とひびわれ幅一定経路の実験結果との比較例は図-2と図-3に示す。載荷・除荷・再載荷のいずれも $\delta/\omega$ の関数として表されるため、変化するひびわれ幅経路にも適用されることができる。これは実験的にも証明されている。また、伝達応力が $\delta/\omega$ で表現されることから多数ひびわれが存在する場合では、平均せん断と引張ひずみの比に置き換えることができる。

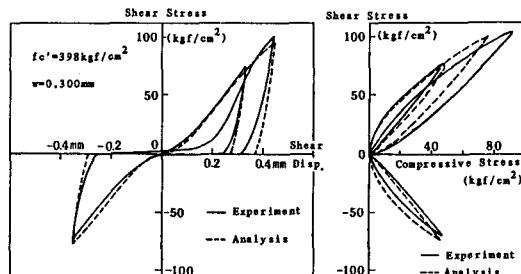


図-2. 繰り返し載荷下での応力伝達特性

### 3. あとがき

コンクリートひびわれ面の性状が接触面密度関数で代表されて、伝達応力が各方向に発生する接触応力の足し合わせとして表現され、単調載荷経路について

は簡単な積分解が得ら

れる。除荷、再載荷経

路についても、簡単なモデルで表すことができる。

載荷・除荷・再載荷の各経路での伝達応力はせん断ずれと開口変形の比で表現されるため、有限要素解析に際してはひびわれ間隔を考慮する必要がなく、分散ひびわれモデルとしても応用し易い形となっている。

【参考文献】 1) 李、前川、リム：コンクリートひびわれ面のインターロックモデル、土木学会第41回年次学術講演会講演概要集第5部、昭和61年11月、pp.243-244。

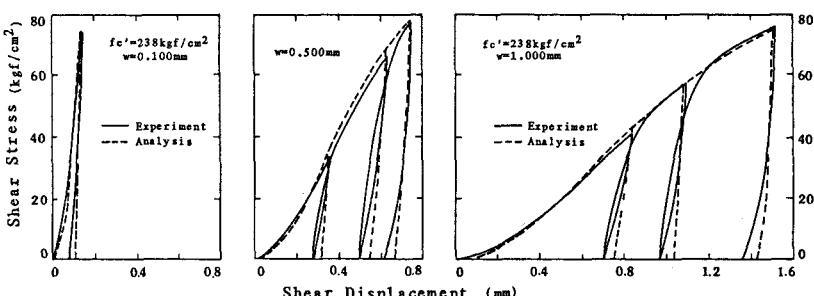


図-3. 一定ひびわれ幅経路での応力伝達特性