

北海道大学大学院 永野 孝一  
 北海道大学大学院 野口俊太郎  
 北海道大学工学部 金安 公造

1.はじめに 多属性効用関数法はRaiffa, Keeneyらによって提案された多目的問題解決のための手法でありさまざまな分野に応用されている。この手法は、①意志決定者の選好を効用関数として明示的に構成することができる ②目標間のトレードオフを測定することができる ③効用関数により代替案を評価することができるなどの利点を有している。しかし、効用関数を構成するにあたって、属性値と効用値の関係は常に厳密な1対1対応を示すとは限らずファジィな効用値、ファジィな属性値となるのが自然である。本研究では、従来の多属性効用関数にファジィ概念を導入することによって人間の主観的あいまいさを取り扱うことができるファジィ多属性効用関数を定式化し、水道システムに関する市民の評価構造同定へと適用を試みた。

2.ファジィ多属性効用関数の定式化 ファジィ多属性効用関数の同定手順を図-1に示すとともに重要な概念について説明する。  
 ①ファジィ選好独立…属性の組  $(X_i, X_j)$  の水準  $(\tilde{x}_i, \tilde{x}_j)$  の選好順序が他の属性  $X_{\bar{i}j}$  の水準  $\tilde{x}_{\bar{i}j}$  に依存しないとき、 $(X_i, X_j)$  は  $X_{\bar{i}j}$  にファジィ選好独立であるという。ここで、 $\sim$  はファジィ数を表す。  
 ②ファジィ効用独立…属性  $X_i$  の水準  $\tilde{x}_i$  の変化のみを含む「くじ」の選好順序が、他の属性  $X_{\bar{i}}$  の水準に依存しないとき、 $X_i$  は  $X_{\bar{i}}$  にファジィ効用独立という。通常多属性効用関数のもつ性質、すなわち選好独立は確実な結果に関する選好を、効用独立は不確実な結果に関する選好を考慮している点は保存されている。  
 ③ファジィ単一属性効用関数は図-2のような性質を満たすものとする。導出手順は確率くじ法によりファジィ確実同値  $x_i$  と期待効用から得られる。ファジィ効用値とファジィ属性値のメンバーシップ値は、拡張原理を用い以下のように定義する。

$$\mu_{\tilde{u}_i}(\tilde{x}_i)(u_i(x_i)) = \sup_{u_i(x_i)} \min(\mu_{\tilde{u}_i}(\tilde{x}_i)(u_i(x_i)), \mu_{\tilde{x}_i}(\tilde{x}_i))$$

$$\mu_{\tilde{x}_i}(u_i(u_i)) = \sup_{u_i(u_i)} \min(\mu_{\tilde{u}_i}(u_i)(u_i(u_i)), \mu_{\tilde{u}_i}(u_i))$$

ここで  $x_i, u_i$  は crisp な属性値と効用値（効用関数）である。実際には、すべてのファジィ属性値に対するファジィ効用値を質問することは不可能なので  $\tilde{u}_i = 0.5, 0.75, 0.25, \dots$  に対する  $\tilde{x}_i$  及び関数形を仮定することによって関数が推定される。  
 ④  $(\tilde{x}_i^w, \tilde{x}_j^b)$  と無差別な水準  $(\tilde{x}_i^*, \tilde{x}_j^w)$  を質問する方法と  $\pi_s$ -確率実験からファジィ尺度構成係数  $\tilde{k}_i$  を推定することができる。  
 ⑤ファジィ多属性効用関数の表現型は次のようになる。

[加法型]

$$\tilde{U}(\tilde{x}) = \bigoplus_{i=1}^m (\tilde{k}_i \otimes \tilde{u}_i(\tilde{x}_i)), \bigoplus_{i=1}^m \tilde{k}_i = \tilde{1}$$

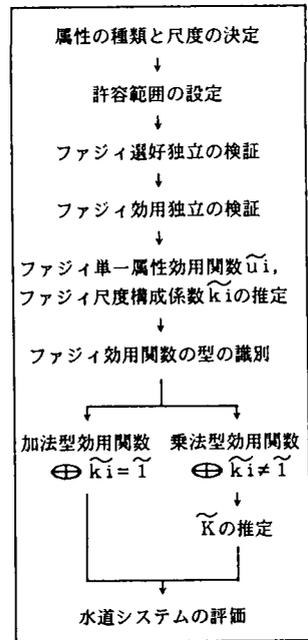


図-1 ファジィ多属性効用関数の同定手順

$$\mu_{\tilde{x}_i^w}(x_i) = \begin{cases} 1 & : x_i = x_i^w \\ 0 & : x_i \neq x_i^w \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{x}_i^b}(x_i) = \begin{cases} 1 & : x_i = x_i^b \\ 0 & : x_i \neq x_i^b \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{u}_i}(u_i) = \begin{cases} 1 & : u_i = 0 \\ 0 & : u_i \neq 0 \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{u}_i^b}(u_i) = \begin{cases} 1 & : u_i = 1 \\ 0 & : u_i \neq 1 \end{cases}$$

$$\mu_{\tilde{x}_i}(x_i) = 1 \Leftrightarrow \mu_{\tilde{u}_i}(u_i(x_i)) = 1$$

図-2 ファジィ単一属性効用関数の性質  
 $\mu$ :メンバーシップ関数  
 $b$ :最良値  $w$ :最悪値

[乗法型]

$$\tilde{K} \otimes \tilde{U}(\tilde{x}) \oplus \tilde{1} = \bigotimes_{i=1}^m (\tilde{K} \otimes k_i \otimes \tilde{u}_i(\tilde{x}_i) \oplus \tilde{1})$$

$$\bigoplus_{i=1}^m \tilde{k}_i \neq \tilde{1}, \quad \tilde{K} \neq \tilde{0}$$

ここで $\oplus$ ,  $\otimes$ は拡張和, 拡張積を表す。以上のファジィ多属性効用関数同定にあたっては斉合性の検証、表現型の検証を行うことができる。

表-1 属性の種類と尺度

属性	尺度	最良値	最悪値
きれいさ	飲める水が使える範囲(点数)	7点	1点
豊かさ	浴槽を満水にする時間(分)	10分	60分
安さ	1ヶ月の水道料金(円)	1千円	1万円

3. 水道システムの評価 現在さまざまな水道システムが考えられているが、これらを導入するにあたっては利用者すなわち一般市民の水道システムへの評価構造を探り導入の可否を知ることが必要となる。そこで札幌市民11名に対しアンケート調査を行い上述の手法で解析を試みた。属性および属性の尺度は回答者が専門家でないことから表-1のようにした。特に「きれいさ」に関しては、中水道導入後の評価が予測できるように表-2のように点数で示した。最終的に11名中2名(以降A(主婦), B(下水道局職員)とする)についてファジィ選好独立, ファジィ効用独立が検証されファジィ多属性効用関数を構築することができた。アンケート調査では $\tilde{u}_i = \tilde{0.5}$ を質問し、 $u_i(x_i) = \alpha(|x_i - \beta|)^{\gamma}$ の関数形を仮定した。Aのファジィ単一属性効用関数を図-1に示す。メンバーシップの関数形は適切な範囲で仮定した。A, Bともに乗法型になった。調査結果から①2名とも「きれいさ」「安さ」について危険回避型を示した。すなわち、極端に悪い状況にならない限り評価値は低下しない。②Aは「豊かさ」を、Bは「きれいさ」を重視する傾向がある。つまり重要視する属性に個人差があるなどが推測された。得られた効用関数から現行の水道システム[7点, 20分, 2400円][4人家族, 2001/day・人, 100円/m<sup>3</sup>]と中水道が導入された状態[5点, 20分, 2940円][15%再生水利用, 再生水250円/m<sup>3</sup>]を評価すると、Aはだいたい0.96と0.92、Bはだいたい0.80と0.70になる。このことから、利用者側の評価によると中水道の導入は十分可能であると考えられる。

表-2 「きれいさ」の尺度

使用可能範囲	点数
	7 6 5 4 3 2 1
飲料・調理用	○○○○○○○
洗面・手洗い用	○○○○○○×
入浴用	○○○○○○×
洗濯用	○○○○×××
清掃用	○○○××××
散水・洗車用	○○×××××
水洗トイレ用	○××××××

4. おわりに 本研究では、従来の方法をファジィ値も扱えるファジィ多属性効用関数に拡張・定式化し、水道システムの評価へ適用した。その結果、中水道導入の可能性を市民の評価という立場から示すことができた。今後の課題として、独立性の検証, メンバーシップ関数型の決定, 属性値の範囲等を迅速に取り定める対話型システムの開発があげられる。

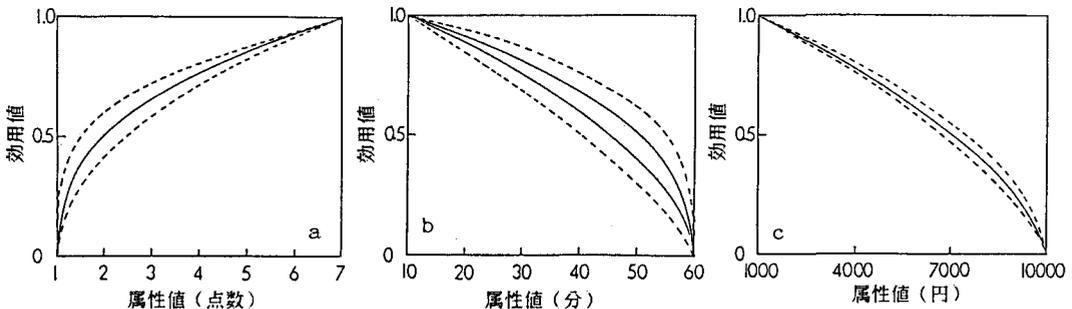


図-3 回答者Aの単一属性効用関数

(a. 「きれいさ」 b. 「豊かさ」 c. 「安さ」)

〔参考文献〕1) 瀬尾美巳子: 多目的評価と意志決定, 日本評論社, 1984

2) 永野孝一, 金安公造: 多属性効用理論による水道の評価, 第5回知識工学シンポジウム, 1987