Ⅳ－189　嗜好変化が住宅サービスの生産に及ぼす影響に関する二三の考察

鳥取大学工学部　正　員○小林潔司
京都大学大学院　学生員　張　衛彬

1．はじめに　嗜好変化や技術変化といった外生的な経済変換は住宅生産関数に様々な種類のシフトをもたらす。嗜好変化という経済変換の作用のもとで変動しつつある現象をモデルとして同定するためには、現象の背後にある構造（生産関係）と嗜好変化が構造そのものにもたらすシフトが分離計測可能でなければならない。嗜好変化は生産における投入要素の組合せに影響を及ぼすとともに、アウトプットである住宅サービスそのものにシフトを与える。本研究では、嗜好変化が住宅サービスの生産に及ぼす影響を生産関係による効果と嗜好変化による効果に分離計測できることを住宅生産関数の完全変換可能性として定義する。そして、生産関数が完全変換可能であるための必要十分条件を求めるとともに、住宅生産関数を推計する方法について考察する。

2．住宅生産関数　住宅サービスの産出量Hと投入要素である土地資本L,建築資本Qとの関係を生産関数

$$H = f(L,Q,t) \quad (1)$$

として記述する。tは嗜好変化によるシフトを示すパラメータ、fは準凹で連続微分可能な新古典派生産関数である。本研究では、Muth（1969）の定義に従って、生産関数を家計の嗜好の集計関数と考える。ここで、静学的な新古典派的住宅生産モデルを導入する。完全競争市場においてある地点Xでの投入要素の最適な組合せは

$$\text{Minimize } r(X)L+n(X)Q$$
$$\text{subject to } \hat{H} = f(L,Q) \quad (2)$$

を解くことによって得られる。r(X),n(X)はそれぞれ地代および建築資本の価格である。1階の最適条件は

$$(\partial f/\partial L)/(\partial f/\partial Q)=r(X)/n(X) \quad (3)$$

となる。一方、住宅サービスの等量線は

$$dH=M(L,Q)dL+N(L,Q)dQ=0 \quad (4)$$

となる。M,Nはそれぞれ土地、資本の限界生産性である。(3)(4)より次式のような資本-土地限界代替率を得る。

$$dL/dQ=-N(L,Q)/M(L,Q)=-n(X)/r(x)$$

3．嗜好変化と完全変換可能性　嗜好変化を変数L,Qの測定単位の変化であると考え、局所Lie変換群

$$T_t:\ \bar{L}=\phi(L,Q,t),\ \bar{Q}=\psi(L,Q,t) \quad (5)$$

により嗜好変化を記述する。Lie群を恒等変換の近傍で

$$\bar{L}=L+\xi\delta t,\ \bar{Q}=Q+\eta\delta t \quad (6)$$

と近似する。$\xi=\partial\phi/\partial t$, $\eta=\partial\psi/\partial t$である。ここで、住宅生産関数の完全変換可能性（holotheticity）を次のように定義する。『嗜好変化を示す変換群を通じて作用する嗜好変化T_tのもとで嗜好変化のすべての効果が

$$\bar{H}=f(\bar{L},\bar{Q})=f(L,Q,t)=g(f(L,Q,0),t)=F_t[H] \quad (7)$$

のようなある強い単調変換F_tで表されるとき、生産関数は所与のT_tのもとで完全変換可能である』と定義する。fが嗜好変化に対して完全変換可能であれば、嗜好変化後の住宅サービスHは基礎的な生産関係の効果H=f(L,Q)と嗜好変化の効果$F_t[\cdot]$に弱分離される。この時、生産関数の投入要素の技術代替率Rに

$$\partial R/\partial t\equiv\partial(\partial f/\partial L/\partial f/\partial Q)/\partial t\equiv 0 \quad (8)$$

が成立し、資本-土地限界代替率dL/dQは嗜好変化の影響を受けない。このことは、嗜好変化という経済変換の作用のもとで、嗜好変化の影響を捨象して生産関数を計測するためには生産関数がありうべき嗜好変化に対して完全変換可能な場合に限られることを示す。

4．嗜好変化の計測方法　住宅生産関数の完全変換可能性を検討するためには事前に嗜好変化のパターンを計測しておく必要がある。Kendric-Solowの総生産性指数$\dot{T}/T$を用いて住宅サービス生産性の変化を

$$\dot{T}/T=\dot{f}/f-\{\pi_L(\dot{L}/L)+\pi_Q(\dot{Q}/Q)\} \quad (9)$$

と定義する。ここに、π_L、π_Qは土地、資本の相対配分率（$\pi_L=r(X)L/f$）である。いま、$\dot{T}/T$が嗜好変化によって生じていると考えると、

$$\dot{T}/T=\xi\pi_L/L+\eta\pi_Q/Q \quad (10)$$

が成立する。ここで、$\dot{T}/T$, π_L, π_Q, L, Qは市場データで観測できるので、式(10)により無限小変換ξ, ηを推計できる。ここで極めて重要なことは、生産関数の形式とは無関係に嗜好変化を計測できることである。

5．完全変換可能な住宅生産関数の構造　住宅生産関数がある嗜好変化のもとで完全変換可能であれば、生産関数は嗜好変化の作用により同じ族の別の曲線にシフトする。このことは、生産関数の族が嗜好変化に対して不変であることを意味する。したがって完全変換可

表－１　嗜好変化の基本型と完全変換可能な住宅生産関数

Lie変換群	変換群の限定条件	住宅生産関数の一般型	不変量 I_1	不変微分方程式（pはdL/dQを示す）	備考
独立線形型	なし	$L\Psi(\alpha Q+\beta L)$	$\alpha Q+\beta L$	$p=-\Psi'(I_1)$	線形生産関数は本ケースの特殊型である。
$\bar{L}=L+\alpha t$	$\alpha=0$	$Q+\Psi(L)$	L		
$\bar{Q}=Q+\beta t$	$\beta=0$	$L+\Psi(Q)$	Q		
独立指数型	なし	$L^{1/\alpha}\Psi(Q^{\alpha}/L^{\beta})$	Q^{α}/L^{β}	$p=(L/Q)\nu(I_1)$	Houthakkerの加法対数型、Cobb-Douglas型、CES型は本ケースの特殊例である。
$\bar{L}=\exp(\alpha t)L$	$\alpha=0$	$Q\Psi(L)$	L		
$\bar{Q}=\exp(\beta t)Q$	$\beta=0$	$L\Psi(Q)$	Q		
	$\alpha=\beta$	$Q\Psi(L/Q)$	L/Q		
巾拡大I型	なし	$L^{-a}/\alpha+\Psi(I_1)$	$\alpha Q^{-b}-\beta L^{-a}$	$p=\nu(I_1)/[L^{-b-1}-Q^{-a-1}]$	加法対数型およびCES型生産関数は本ケースの特殊型である。
$\bar{L}=[L^{-a}+\alpha t]^{-1/a}$ $\bar{Q}=[Q^{-b}+\beta t]^{-1/b}$	$\alpha=a$ ， $\beta=b$	$L^{-a}/a+\Psi(I_1)$	$aQ^{-b}-bL^{-a}$		

注1）Ψ, νは任意(汎)関数であり、独立変数(関数項)の単調変換をもたらす連続微分可能な関数を意味する。また、α,β,δは任意定数である。ここでいう任意関数には恒等変換および定数変換を含む。

能な生産関数の一般型を求めることは数学的にはLie変換群上での不変式を求める問題に帰着する。ここに、住宅生産関数が嗜好変化に対して完全変換可能であるための必要条件を定理1として与える。

［定理1］嗜好変化T_tのもとで住宅生産関数が完全変換可能であるための必要十分条件は、嗜好変化の衝撃の第1次測度が任意の汎関数G(f)と等しくなることである。すなわち、次式が成立することである。

$$\xi\,\partial f/\partial L+\eta\,\partial f/\partial Q=G(f) \qquad (11)$$

住宅生産関数が完全変換可能であれば、そこから導出される限界代替率は不変となる。限界代替率が嗜好変化に対して不変となるためには拡大された微分方程式 $h=dL/dQ+N(L,Q)/M(L,Q)$が、Lie変換$\rho=\partial\xi/\partial Q+(\partial\xi/\partial L-\partial\eta/\partial Q)dL/dQ-\partial\eta/\partial L(dL/dQ)^2$の下で、

$$\xi\,\partial h/\partial L+\eta\,\partial h/\partial Q+\rho\,\partial h/\partial(dL/dQ)=0 \qquad (12)$$

が成立することである。式(12)の一般解を求めれば、限界代替率関数hの一般型を得る。嗜好変化が起こっている場合には、嗜好変化ξ,ηに対して不変である限界代替率関数を用いてまず限界代替率を計測し、その結果を用いて限界代替率関数の背後にある生産関数を導出するという手順を踏まなければならない。偏微分方程式(12)の一般解を求めることにより次の定理を得る。

［定理2］資本-土地限界代替率が嗜好不変であれば、市場において観測可能な独立した二つの不変量$I_1(L,Q)$, $I_2(L,Q,dL/dQ)$が存在し、限界代替率関数の一般形は$\nu(I_1,I_2)$となる。

ある生産関数に対応する住宅市場の観測を通じて不変量I_1、I_2が観測できれば、当該の生産関数は嗜好変化に対して完全変換可能であり、限界代替率関数νを用いて生産関数を計測できる。言うまでもなく、任意のタイプの嗜好変化に対して完全変換であるような住宅生産関数は存在しない。したがって、本研究ではありうべき嗜好変化のタイプを想定するとともに、それぞれのタイプに対して完全変換可能な生産関数の一般型を求めることとした。一般に無限小変化のタイプは無限個存在する。本研究では嗜好変化のタイプとして従来の研究で用いられた嗜好変化や技術変化といった経済変換のタイプをできるだけ網羅的に想定するとともに、それぞれのタイプに対して完全変換可能な住宅生産関数と限界代替率関数を求めた。紙面の都合上、結果の詳細は参考文献に譲りここではその結果の一部を表-1に示すにとどめる。なお、実践的には分析に先立って住宅市場で観測される家計の嗜好変化をあらかじめ計測しておく方が望ましい。このような嗜好変化の計測問題、すなわち、Lie変換群の推定問題に関しては講演時に述べることとする。

5．おわりに

本研究における重要な知見の一つは所与の嗜好変化のタイプに応じて用いることのできる関数式の形が限定されるということである。生産関数が嗜好変化に対して完全変換可能でなければ関数式が成立するのは観測時点のみであり、時間とともに対象とする現象とモデルは著しく乖離する。このようなモデルを将来予測に用いることは実用的にも問題があろう。このことより完全変換可能性の重要性が理解できる。以上の議論は生産関数のみならず都市交通モデル一般においても成立するが、これに関しては別の機会に発表することとする。

（参考文献）W.B.Zhang, K.Kobayashi, and K.Yoshikawa: Housing production functions and taste change of households, Kyoto Univ. R.R.(to be issued), 1987.