

IV-105 吸収マルコフ連鎖の避難シミュレーションへの適用

岐阜大学 学生会員 浅井誠治
 岐阜大学 正会員 加藤 晃
 岐阜大学 正会員 大野栄治

1. はじめに

本研究は、防災緑地網計画の基礎的な分析として行う避難シミュレーションのシステム開発を目的としている。本システムは、住民が最も安全な目的地と経路を各自の判断において選択するという仮定で構築されており、避難地の配置計画・避難路の幅員などの検討ができるように避難地や避難路を住区ごとに指定しない構造になっている。その結果、災害の発生場所によって異なった避難パターンが再現できるのが特徴である。

本研究で提案するシステムは、ネットワーク状に形成された避難路上での個人の選択行動を確率的に表現し、吸収マルコフ連鎖で構築されている。そこで、本稿ではシステム開発の基本となる吸収マルコフ連鎖による避難行動の記述をする。

2. 避難路選択行動の定式化

住民が住区から避難地までの避難過程において、ある交差点に到達したときを考える。このとき、住民は最も安全性が高い、あるいは危険性が低いと評価した避難路を選択して先へ進むものと考えられる。ここで、避難路の安全性を示す指標を安全度と呼ぶことにする。

いま、ある個人 n がいくつかの避難路の代替案集合の中から1つを選択する場合を考える。そして、この選択行動の判断基準となる安全度は避難路ネットワークの状況、あるいは災害の状況といった客観的な要因と個人の運動能力などといった主観的な要因とにより構成されるものと仮定する。

しかし、実際問題として、避難路ネットワーク上のすべての個人についてその主観的要因を分析することは非常に困難である。そこで、ランダム効用理論を適用し、主観的要因を個人によるパラッキと考え、個人 n の代替案 i の安全度 $S_i(n)$ を(1)式のように定義する。

$$S_i(n) = S_i(A_i) + \varepsilon_i(n) \quad (1)$$

A_i : 代替案 i の客観的要因

$S_i(A_i)$: 代替案 i の客観的安全度

$\varepsilon_i(n)$: 個人 n の主観的要因である誤差項

ここで、誤差項 $\varepsilon_i(n)$ にガンベル分布を仮定すると、避難路の選択確率はロジットモデルで与えられる。すなわち、代替案集合が J である場合を考えると代替案 i の選択確率 P_i は(2)式で与えられる。

$$P_i = \frac{\exp \omega S_i(A_i)}{\sum_j \exp \omega S_j(A_j)} \quad (2)$$

P_i : 個人の集合が代替案 i を選択する確率

ω : 誤差項 $\varepsilon_i(n)$ の分散パラメータ

以上のようにして、住民の避難行動を確率的に表すことが可能となる。

3. マルコフ過程の適用

図-1に示す避難路ネットワークにおける住民の避難行動を考える。前述したように、各交差点における避難路選択行動が確率的に起こるとした場合、住民が避難を開始してから避難を完了するまでの過程は吸収マルコフ連鎖によって捉えることができると考えられる。

ここで、一般に吸収マルコフ連鎖が成立するためには、次の条件が必要となる¹⁾²⁾。①状態変化の確率は時刻に関して一定である(定常性)。②住民は各時刻において必ずどれかの状態(図中1~6)にある。③状態変化の確率は、現在の状態のみに依存し過去の状態変化の経緯には依存しない(マルコフ性)。

そこで、住民の避難行動が吸収マルコフ連鎖で記述できるかどうか、上記の条件の成立に着目して以下に検討する。

【①の条件】 本システムの避難路選択モデルは前節の(2)式のようになっており、選択確率の説明変数としては避難地・災害地の位置・方向・規模、避難路状況などを想定している。ここで、避難路の状態は刻々と変化するため、選択確率は変化し、①の条件が成立しない。ここで、図-1に示す方向のみが許された場合、住民が住区1から出発して避難地6に至るまでの避難行動を時間の経過に伴って記述すると、それは以下のようにして確率的に表すことができる。

まず、時刻 t における状態が i であるとき時刻 $t+1$ に状態が j となる確率を P_{ij}^t とおくと、図-1に示す状態の推移確率行列 P^t は(3)式のように表される。ここで、時刻 t はシミュレーションの単位時間の整数倍と仮定する。

$$P^t = \begin{array}{c|ccc|ccc} P_{11}^t & P_{12}^t & P_{13}^t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & P_{23}^t & P_{24}^t & P_{25}^t & 0 & 0 \\ 0 & P_{32}^t & 0 & P_{34}^t & P_{35}^t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & P_{45}^t & P_{46}^t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & P_{54}^t & 0 & P_{56}^t & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & P_{66}^t & 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{過渡的状态} \\ \text{再帰的状态} \end{array} \quad (3)$$

$$\begin{array}{l} \text{s. t.} \quad P_{11}^t + P_{12}^t + P_{13}^t = 1 \quad P_{45}^t + P_{46}^t = 1 \\ P_{23}^t + P_{24}^t + P_{25}^t = 1 \quad P_{54}^t + P_{56}^t = 1 \\ P_{32}^t + P_{34}^t + P_{35}^t = 1 \quad P_{66}^t = 1 \\ 0 \leq P_{ij}^t \leq 1 \quad (i, j=1 \sim 6) \end{array}$$

ここから、一般に推移確率行列 P^t は(4)式のように表される。

$$P^t = \begin{pmatrix} U^t & R^t \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{過渡的状態} \\ \text{再帰的状態} \end{array} \quad (4)$$

過渡的状態 再帰的状態

また、時刻 t において状態が i となる確率を $\pi_i(t)$ とし、状態確率ベクトル $\pi(t)$ を(5)式のように表す。

$$\pi(t) = (\pi_1(t) \ \pi_2(t) \ \cdots \ \pi_6(t)) \quad (5)$$

$$s. t. \sum_{i=1}^6 \pi_i(t) = 1 \quad 0 \leq \pi_i(t) \leq 1 \quad (i=1 \sim 6)$$

ここで、初期状態($t=0$)における状態確率ベクトル $\pi(0)$ は、(6)式のように表される。

$$\pi(0) = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) \quad (6)$$

そして、時刻 t における状態確率ベクトル $\pi(t)$ は、(7)式のようにして初期状態 $\pi(0)$ および推移確率行列 P^t によって表される。

$$\begin{aligned} \pi(t) &= \pi(t-1) P^t \\ &= \pi(t-2) P^t P^{t-1} \\ &\vdots \\ &= \pi(0) \prod_{i=1}^t P^i \end{aligned} \quad (7)$$

よって、 $t=m$ における状態ベクトル $\pi(m)$ は(8)式のようにになる。

$$\pi(m) = \pi(0) \prod_{i=1}^m P^i = \pi(0) \begin{pmatrix} \prod_{i=1}^m U^i & \sum_{i=1}^m (R^i \prod_{j=1}^{i-1} U^j) \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad (8)$$

ここで、行列 U の要素 P_{ij} はロジット公式で与えられており、1より小さい値をとる。従って、 $m \rightarrow \infty$ において、 $\prod_{i=1}^m U^i \rightarrow 0$ が説明できる。ゆえに、(9)式のことがいえる。

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \pi(m) = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) \begin{pmatrix} 0 & \lim_{m \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^m R^i \prod_{j=1}^{i-1} U^j \\ 0 & I \end{pmatrix} = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1) \quad (9)$$

ここで、(9)式中に口で示した部分は避難地であり、この場合1(収束値)となる。しかし、一般に避難地が複数である場合には各々の状態確率に収束値は存在しないが、それらの合計が1となることは明らかである。それゆえ、交差点間の推移確率が時刻によって変化しても避難者は避難地へ吸収されることが証明される。

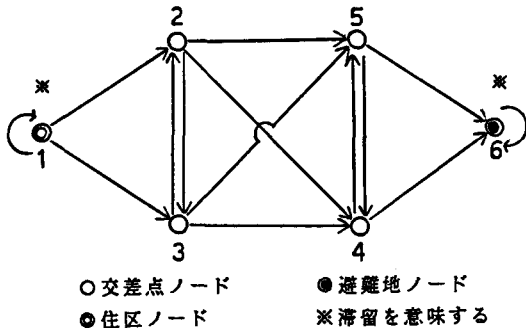


図-1

【②の条件】 本システムでは、リンク長・歩行速度などの違いによって各交差点間の所要時間が変化するため、

任意の時刻に住民が交差点上(状態1~6)にいるとは限らない。

いま、図-2に示す避難路 $i \rightarrow j$ を確率 P_{ij} で選択する場合を考える。このとき、 $i \rightarrow j$ 間の所要時間は先述の理由により必ずしもシミュレーションの単位時間に一致しない。そこで、図-3に示すように、所要時間の違いに対応して仮想リンク・仮想ノードを設けておく。その結果、 $i \rightarrow j$ 間の所要時間が r となる確率を $f(r)$ とすると、その仮想経路の選択確率 $P_{ij}(r)$ は(10)式のように表すことができる。

$$P_{ij}(r) = P_{ij} * f(r) \quad (10)$$

$f(r)$: 所要時間 r となる確率 (0, or, 1)

$$\sum_r f(r) = 1 \quad (r \text{ は離散変数として定義する})$$

その結果、避難者は各時刻において必ず交差点上にいると考えることができ、②の条件が成立する。

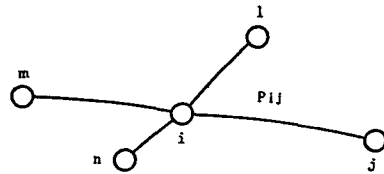


図-2

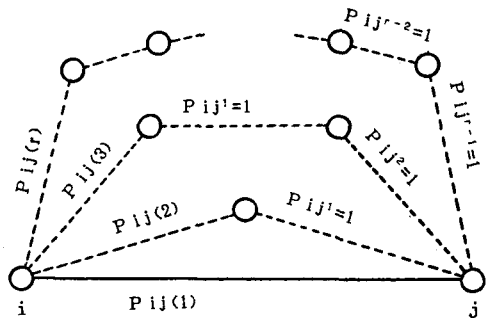


図-3

【③の条件】 本システムでは、個人の避難路選択行動を説明する要因に確率分布を仮定している。そのため、避難者の過去の経緯は個人 n のランダム誤差 $\epsilon(n)$ に含まれていると考えれば、③の条件は成立する。

4. まとめ

以上の議論により、避難行動を吸収マルコフ連鎖で表現してもよいことが明らかになった。今後、本研究を進展させ、ある都市において異なった災害に対し、避難行動がどの様に行われているかをシミュレートし、緑地網計画の有効性を検討するのに役立たせていくつもりである。

【参考文献】

- 1) 森村英典, 高橋幸雄著(1979)「マルコフ解析」; 日科技連
- 2) 渡辺隆一著(1979)「マルコフ・チェーン」; 共立出版