# Ⅳ-62　交通ネットワークの信頼性解析に対するモンテカルロ法の適用について

京都大学大学院　学生員　福眞　博
京都大学工学部　正員　飯田　恭敬
大阪府立工業高等専門学校　正員　若林　拓史

## 1.はじめに

交通ネットワークの評価のための一指標として、ネットワークの信頼性を考える。ここでは、ある一つのノードペア間の連結確率をもって信頼性を評価することを考える。大規模ネットワークを対象とした場合には信頼度の厳密値を求めることは計算量が膨大となって困難となるため、近似値を求める方法が有効となる。この値を求める方法としては、ＲＧＡ（信頼性グラフ理論）に基づく方法やモンテカルロ・シミュレーションによる方法があるが、本稿では後者の方法によってこの近似値を求めることを考え、その適用について考察する。

## 2.従来のモンテカルロ・シミュレーション（Direct Monte Carlo）

交通ネットワークは多数のリンクをそれぞれユニットとしてもつ一つのシステムであると考えられる。ここで取り扱うネットワークの各々のリンクａに 0-1確率変数Ｘａ（リンクａが機能しているとき１、そうでないとき０）を対応させる。またシステムはこのＸａをもちいた 0-1コヒーレント構造関数φ(Ｘ)（ベクトルＸは、確率変数Ｘａで構成される）で表現されているものとする。

統計的に独立なＸのサンプルをＮ個（Ｎは試行回数）各リンクの信頼度に従いサンプリングすることによってモンテカルロ・シミュレーションを行うと、システムの信頼度Ｒｄは次のように表現できる。

Ｘのサンプルベクトルを$C_\nu$ ($\nu=1,2,\cdots,N$)とすれば、

$$Rd = N^{-1}\sum_{N}\phi(c) \tag{1}$$

このＲｄのシステム信頼度Ｒｓに対する分散Ｖｄは次式で与えられる。

$$Vd = N^{-1}\cdot Rs\cdot(1-Rs) \tag{2}$$

そしてこのとき相対誤差は、

$$Ed = (Rs/(N\cdot(1-Rs)))^{1/2} \tag{3}$$

で与えられる。ネットワークが大規模になった場合、起終点間のパスの数が増え信頼度は大きくなるものと考えられる。その場合、式(3)よりネットワークの信頼度Ｒｓが大きくなると、これを高い精度で求めるためには膨大な試行回数が必要となり、実用的でないと考えられる。

## 3.分散減少法を用いたモンテカルロ・シミュレーション[1)]

前述した従来のモンテカルロ・シミュレーション（以下、直接法と呼ぶ）の問題点を改良するために分散減少法をとりいれたモンテカルロ・シミュレーション（以下、分散減少法と呼ぶ）について考察する。

これは、システム信頼度に関する既知量がある場合、これを利用して分散を減少させ、求める数値の精度を向上させる方法である。ＲＧＡによれば、ネットワークの全てのミニマルパス（あるいはミニマルカット）を用いればシステム信頼度の厳密値を求めることができる。しかし、ネットワークが大規模になると全てのミニマルパス（カット）を取り出すことは膨大な手間と計算時間を要し実用的でない。これに対して、一部のミニマルパスによって求めた値はシステム信頼度の下限値を与え、同様に一部のミニマルカットによる計算は上限値を与える。よってあらかじめこの上限値、下限値を求めておき、この間だけでサンプリングを行うことによって、推定値の分散を著しく減少させることができる。すなわち、この分散減少法による推定値Ｒｒのシステム信頼度Ｒｓに対する分散Ｖｒは、次式で与えられる。

$$Vr = N^{-1}\cdot(Ru-Rs)\cdot(Rs-Rl) \tag{4}$$

ここにＲｕは一部のミニマルカットより求めたシステム信頼度の上限値、Ｒｌは一部のミニマルパスより求めた下限値である。ここで、$V_d > V_r$は保証されているので、同一の試行回数Ｎに対しては、分散減少法は直接法に対して推定値の分散を減少させ精度を高めることができることになる。

ただしこの方法はシミュレーション以前にパス・カットの抽出およびそれを用いた上限値、下限値の計算を必要とする上に、一回の試行にも時間がかかり、直接法に比べて計算時間が増大する。

## 4.交通ネットワークへの適用

以上二つの方法を、交通ネットワークに適用する場合を考える。ケース・スタディとして図－１に示すネットワークにおいてノードＡ－Ｂ間の信頼度を求めた。その結果を図－２に示す。なお各リンクの信頼度は全て 0.9である。また厳密値Ｒｓは事象空間法（総当たり法）によって求めている。直接法による結果が甚だ不安定なのに対して、分散減少法は安定した結果を示しており明らかに優れていると思われる。なお試行回数 10000回で、信頼度の近似値は直接法では0.9715、分散減少法では0.9728となった。また分散は次のようになり、分散減少法によって約23分の１になった。

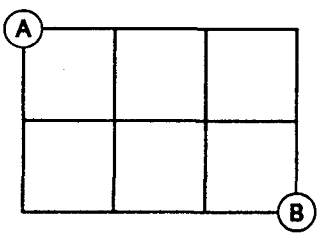
$$V_d = 0.02665 \times N^{-1} \qquad V_r = 0.001181 \times N^{-1}$$

以上の結果より、図－１程度の小規模なネットワークでも分散減少法が有利であることがわかった。

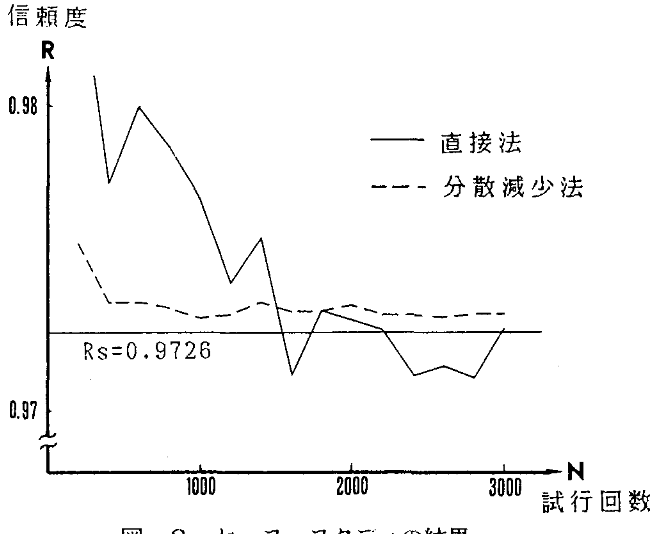
以下、今後の検討課題を述べる。

① 最初に求めるシステムの上限値、下限値の幅をどの程度に設定すればよいか。すなわち幅が狭ければ、それだけ分散が減少しシミュレーションの精度は上がるが、必要とするパス・カットの数が増大して手間がかかる。

② ①と関連して、一部のミニマルパス・カットをどのように選べはよいか。すなわち、パス・カットを選ぶ優先順位及びその数についてである。順序については、生起確率の大きい順、距離の短い順（パスの場合）等が考えられ、これが交通ネットワークにおける最短経路探索問題に帰着することが示されている[2)]。この成果を利用し、上位から選択されたパス・カットを分散減少法へ適用することが考えられる。




図－１　ネットワーク形状




図－２　ケース・スタディの結果

参考文献　1)H.kumamoto et.al.:Efficient Evaluation of System Reliability by Monte Carlo Method, IEEE Trans.on Reliability, Vol.R-26,No.5,1977.

2)若林・飯田：信頼性グラフ理論に基づく交通ネットワークの信頼度の算出法について、土木学会第42回年次学術講演会講演概要集（昭和６２年）