Ⅳ-54　リンク観測交通量に基づく各種ＯＤ推計法のモデル構造比較

金沢大学工学部　正会員　○高山純一
京都大学工学部　正会員　飯田恭敬
(株)　ＩＮＡＸ　小林光二

１．はじめに

道路区間上で観測される交通量を利用して，対象地域内のＯＤ交通量を推計するモデルが，これまでにいくつか提案されている。これらのモデルは，

①モデルの定式化方法（モデル構造）
②未知変量の取り扱い方法
③経路選択率（道路区間利用率）の与え方
④制約条件

などにより，いくつかに分類されるが，ここではそのモデル構造に着目し，各分析モデルの比較を行う。具体的には，①エントロピー最大化によりモデル定式化を行うWillumsen の方法[1),2)]，②ＯＤ交通量を確率変量として取り扱い最尤法によりモデル定式化を行う方法[3)~5)]③単位ＯＤ交通量を利用してχ^2値最小化によりモデル定式化を行う方法，の合計３種類のモデルについて，それぞれの関連性を考察し，その類似性を示す。

２．モデル定式化の基本的な考え方

(1) Willumsenの方法

このモデル定式化は，過去（あるいは現在）の調査によって得られたＯＤ分布をトリップの起こり易さの程度を表すものと解釈し，各道路区間交通量の制約条件（式(2)）のもとで，式(1)に示すＯＤ交通量の同時生起確率Ｓを最大化する最適化問題として定式化される。

$$S=\frac{T\,!}{\pi_i \pi_j\, t_{ij}\,!}\pi_i \pi_j (q_{ij})^{t_{ij}} \quad \Rightarrow \text{Max.} \qquad (1)$$

$$x_k=\sum_i \sum_j t_{ij}\cdot P_{ij}{}^{k} \qquad (2)$$

ここに，ＴはＯＤ交通量t_{ij}の総和を表し，$p_{ij}{}^{k}$はＯＤ交通量t_{ij}が道路区間ｋを利用する確率を表す。また，q_{ij}は単位ＯＤ表（先験確率）であり，既存ＯＤ交通量（調査ＯＤ交通量）$t_{ij}{}^{*}$を用いて，式(3)のように与える。

$$q_{ij}=\frac{t_{ij}{}^{*}}{\sum_i \sum_j t_{ij}{}^{*}} \qquad (3)$$

(2)最尤法による方法

ＯＤ交通量の変動特性をモデルに組み込み，ＯＤ交通量T_{ij}を１つの確率変数としてモデル定式化を行うものである。ＯＤ交通量の変動特性は様々であるが，単純に不規則変動のみを考慮する場合を考えると，ＯＤ交通量T_{ij}は正規分布N（μ_{ij}，$\sigma_{ij}{}^{2}$）に従い，互いに独立であると仮定できる。ここで，μ_{ij}はＯＤ交通量T_{ij}の母平均（平均ＯＤ交通量）を表し，$\sigma_{ij}{}^{2}$はその母分散である。そうすると，日々変動するＯＤ交通量t_{ij}は正規確率母集団・T_{ij}からの実現値と考えられ，その同時確率密度は式(4)で表される。

$$\begin{aligned} P(t_{ij}) &= \pi_i \pi_j \frac{1}{\sqrt{2\pi\cdot\sigma_{ij}{}^{2}}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(t_{ij}-\mu_{ij})^2}{\sigma_{ij}{}^{2}}\right\} \\ &= \pi_i \pi_j \frac{1}{\sqrt{2\pi\cdot\alpha_{ij}\mu_{ij}}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{(t_{ij}-\mu_{ij})^2}{\alpha_{ij}\mu_{ij}}\right\} \end{aligned} \qquad (4)$$

したがって，ＯＤ調査における標本誤差を考慮する最も単純な場合を考えると，モデルの定式化は道路区間交通量の制約条件式（式(2)）のもとで，式(4)を最大化する最適化問題となる。

(3)χ^2値最小化による方法

理論値（期待値）と観測値の誤差の程度を示す指標として，誤差２乗和（残差平方和）あるいはχ^2値が一般によく用いられる。そこで，その乖離度を最小にするようにモデル定式化を行うと次のようになる。

$$\sum_i \sum_j \frac{(t_{ij}{}^{*}-t_{ij})^2}{t_{ij}} \quad \Rightarrow \text{Min.} \qquad (5)$$

$$\sum_i \sum_j \frac{(t_{ij}-T\cdot q_{ij})^2}{T\cdot q_{ij}} \quad \Rightarrow \text{Min.} \qquad (6)$$

つまり，式(5)（あるいは，式(6)，ただし，この場合は$T=\sum_i \sum_j t_{ij}$の制約条件が付加される）を道路区間交通

３．各分析モデルの関係

Willumsenはトータル交通量Tが一定であるとして省略し，次の目的関数を導いている[2)]。

$$\log S_1 = -\sum_i\sum_j \left(\log\frac{t_{ij}}{t_{ij}^*} - 1\right) \quad \Rightarrow \mathrm{Max.} \qquad (7)$$

さらに，Willumsenは式(7)を変形し，式(8)に示す関数を設定している[2)]。

$$\log S_2 = \sum_i\sum_j t_{ij}\left(\log\frac{t_{ij}}{t_{ij}^*}\right) - t_{ij} + t_{ij}^* \Rightarrow \mathrm{Min.} \qquad (8)$$

式(8)は既存値 t_{ij}^* と推計値 t_{ij}の相対的なずれの尺度を表したものであり，log S_2=0ならば，$t_{ij} = t_{ij}^*$ となる。

ここで，log x のテイラー級数（式(9)，ただし x≧½）を利用して，log S_2を変形すると次のように近似できる。

$$\log x \fallingdotseq \left(\frac{x-1}{x}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{x-1}{x}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{x-1}{x}\right)^3 + \cdots \qquad (9)$$

$$\log S_2 \fallingdotseq \sum_i\sum_j \left\{t_{ij}\left(\frac{t_{ij}/t_{ij}^* - 1}{t_{ij}/t_{ij}^*}\right) + \frac{t_{ij}}{2}\left(\frac{t_{ij}/t_{ij}^* - 1}{t_{ij}/t_{ij}^*}\right)^2 - t_{ij} + t_{ij}^*\right\}$$

$$\fallingdotseq \sum_i\sum_j \left\{t_{ij}\left(\frac{t_{ij}^*}{t_{ij}}\cdot\frac{t_{ij}-t_{ij}^*}{t_{ij}^*}\right) + \frac{t_{ij}}{2}\left(\frac{t_{ij}^*}{t_{ij}}\cdot\frac{t_{ij}-t_{ij}^*}{t_{ij}^*}\right)^2 - t_{ij} + t_{ij}^*\right\}$$

$$\fallingdotseq \sum_i\sum_j \left\{t_{ij} - t_{ij}^* + \frac{1}{2}\cdot\frac{(t_{ij}-t_{ij}^*)^2}{t_{ij}} - t_{ij} + t_{ij}^*\right\}$$

$$\fallingdotseq \sum_i\sum_j \frac{1}{2}\cdot\frac{(t_{ij}^* - t_{ij})^2}{t_{ij}} \qquad \Rightarrow \mathrm{Min.} \qquad (10)$$

つまり，Willumsenのエントロピー法は，ＯＤ交通量の既存値 t_{ij}^* と推計値 t_{ij}の相対的乖離度を示すχ^2値を目的関数として設定したχ^2 値最小化モデル（式(5)）と同値であるということができる。

一方，最尤法によるモデル定式化において，μ_{ij}を調査ＯＤ交通量（既存値）t_{ij}^* で便宜的に置き換えると（式(11)），この問題は調査ＯＤ交通量 t_{ij}^* の標本誤差を実測の道路区間交通量を用いて修正する問題と考えることができる[3)]。

$$P(t_{ij}) = \prod_i\prod_j \frac{1}{\sqrt{2\pi\cdot\alpha_{ij}t_{ij}^*}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\,\frac{(t_{ij}-t_{ij}^*)^2}{\alpha_{ij}t_{ij}^*}\right\} \Rightarrow \mathrm{Max.} \qquad (11)$$

このモデル定式化は，制約条件（式(2)）のもとで，式(11)の指数部Ｆを最小化する問題となり，これはχ^2 値最小化による方法と類似するといえる。

$$F = \sum_i\sum_j \frac{(t_{ij}-t_{ij}^*)^2}{\alpha_{ij}\cdot t_{ij}^*} \qquad \Rightarrow \mathrm{Min.} \qquad (12)$$

４．まとめ

以上の結果より，ここで取り上げた３タイプのモデルは基本的には類似したモデルであるということが明らかとなった。

このことより，Willumsen の方法において，トータル交通量を一定として取り扱っているために生ずる問題がそのまま式(5)に示すχ^2 値を最小化する方法においても問題となることが明らかである。したがって，そのような場合には，トータル交通量Tを未知変量として目的関数に導入した式(6)を用いるべきであろう。なお，今回は最も単純な場合について最尤法によるモデル定式化法を考察したが，今後はさらに複雑なモデル定式化方法（たとえば，周期変動，傾向変動を考慮する場合）についても，その関連性を考察する必要があるといえる。

最後に，本研究は文部省科学研究費の補助により行われた研究成果の一部である。ここに記して感謝したい。

５．参考文献

１）H.J.Van Zuylen and L.G.Willumsen; The Most Likely Trip Matrix Estimated from Traffic Counts,Transpn.Res.-B,Vol.14B. pp.281 ～293, 1980.

２）L.G.Willumsen;Estimating Time-Dependent Trip Matrices from Traffic Counts, Proceedings of 9th International Symposium on Transportaion and Traffic Theory,Delft Univercity,June 1984.

３）井上博司；スクリーンライン調査によるＯＤ表の精度の検定およびＯＤ表の修正法，交通工学，Vol.12, No.6,pp.11～19, 1977年11月

４）井上博司；交通量調査資料を用いたＯＤ交通量の統計的推計法，土木学会論文報告集，第332 号，pp.85～94，1983年４月

５）髙山純一，飯田恭敬，髙村義晴，竹内宏樹；ＯＤ交通量の不規則変動を考慮した交通量観測による道路網交通需要推計法，金沢大学工学部紀要第16巻１号,pp.61～72, 1983年３月