Ⅳ-52　非集計行動モデルのパラメータ推定における集計データの利用方法

東京工業大学　正員　森地　茂
東京工業大学　正員　屋井　鉄雄
○建設省　正員　平井　節生

１．はじめに

非集計行動モデルに関する研究は、従来、様々な現象に対して行われ、既に多くの蓄積がなされている。

しかし、非集計行動モデルの推定に必要な個人の行動データ（以下非集計データ）は、必ずしも全ての予測対象について質あるいは量的に十分なものとは言えず、同モデルによる予測値に無視し得ない偏りが生じる可能性が有る。

一方、個人の行動を何らかの単位に集計した集計データは、従来非集計行動モデルの推定には用い得なかったが、集計値としての精度は高いものが多い。

そこで、非集計行動モデルのパラメータに、集計データの値を反映させる方法が開発されれば、非集計行動モデルの適用対象が更に増し、既存の各種集計データの有効利用もできる。

非集計行動モデルの推定に集計データをとり入れた研究には、筆者らの研究[1]や、S.L.G.クエベド[2]が有る。しかし、前者は集計データを拘束条件として捉え、その誤差を考慮していない。また、後者はモデルとしてやや特殊なものを前提としている等の制約を持ち、未だ汎用性及び一般性を持つ方法は開発されていない。

本研究は、非集計行動モデルの推定に集計データをとり入れる一般的方法を次項に示すベイズ推定法の応用として提案する。

２．ベイズ推定法によるパラメータ修正

一般に、既に得られているパラメータベクトルθを事後的に得られた情報Qによって修正する場合を考える。θの確率分布関数をＰ（θ）、及びθを条件とするQの条件付確率密度関数をＰ（Q｜θ）とすると、Qを条件とするθの条件付確率密度関数Ｐ（θ｜Q）は、ベイズ推定法によれば、

$$P(\theta \mid Q) \propto P(\theta) \times P(Q \mid \theta) \qquad (1)$$

によって表される。従って、上式右辺のθの代表値ベクトルは、左辺の代表値ベクトルと等しくなり、それが即ち求める修正されたパラメータベクトルとなる。

３．本研究で開発した方法

① 必要データ：本研究で開発した方法は、表１に示した各データを必要とする。表一段目のモデルパラメータ及び分散共分散行列が、通常の非集計行動モデル推定手順によって既に得られていると仮定する。ここでパラメータの分散共分散行列$\mathbb{V}^d$は、情報行列をもとに得られる。次に、それらを表二段目の集計データ及びその分散共分散行列によって修正し、新たなパラメータを得る。

表１　もとになるデータ

非集計モデルからの情報	
θ^d	：パラメータベクトル（要素$\theta_{k}, k=1, K$）
$\mathbb{V}^d$	：パラメータベクトルの分散共分散行列（K×K）
集計データからの情報	
Q^0	：$Q^0_{j\mid g}$（層gに於ける選択肢jの利用量）を要素とするベクトル
$\mathbb{V}^0$	：Qの分散共分散行列（JG×JG）
ただし　K：パラメータの個数 G：層の個数	

② 分布形の仮定：最尤推定法によって求められた非集計モデルのパラメータは漸近的に正規分布として良いことが証明されている。従って式(1)のＰ（θ）を平均θ^d、分散$\mathbb{V}^d$の多項正規分布であると置く（表２式(2)）。パラメータθを条件とする集計データQ^0の条件付確率Ｐ（Q^0｜θ）には、平均$Q^a(\theta)$、分散$\mathbb{V}^0$の多項正規分布を仮定する（式(3)）。ここで、$Q^a(\theta)$は非集計行動モデルを分類法や数え上げ法で集計して得られる交通量やトリップ数Q^0（任意のレベルの集計データ）の推定値を表す。

③ ベイズ推定法の応用：集計データQ^0を条件とするパラメータθの条件付確率分布Ｐ（θ｜Q^0）の代表値θ^rが目的とするパラメータベクトル、即ちθ^dをQ^0によって修正した結果である。２項に述べたベイズ推定法によれば、Ｐ（θ｜Q^0）は、②で分布形を仮定したＰ（θ）とＰ（Q^0｜θ）の積に比例する（式(4)及び(5)）代表値θ^rは、Ｐ（Q^0｜θ）の最頻値であるとして求める。即ち、式(4)あるいは(5)を最大にするθを以てθの代表値θ^rとする（式(6)及び(7)）。式

(７)のθについての最大化は、即ち式(８)の最小化と等価となり、修正されたパラメータベクトルを求めるには、結局、式(８)の計算をすれば良い。ただし、式(８)はθに対して非線形となり、最小化にあたって逐次計算を行う必要がある。

表２　パラメータ推定方法

パラメーターの分布関数

$$P(\theta)=\frac{(2\pi)^{-k/2}}{|\mathbb{V}^d|^{1/2}}\exp\{-\frac{1}{2}(\theta-\theta^d)'\mathbb{V}^{d^{-1}}(\theta-\theta^d)\} \quad (2)$$

集計量の分布関数

$$P(\mathbb{Q}^0|\theta)=\frac{(2\pi)^{-j/2}}{|\mathbb{V}^0|^{1/2}}\exp\{-\frac{1}{2}(\mathbb{Q}^0-\mathbb{Q}^a(\theta))'\mathbb{V}^{0^{-1}}(\mathbb{Q}^0-\mathbb{Q}^a(\theta))\} \quad (3)$$

ベイズ推定法の応用

$$P(\theta|\mathbb{Q}^0)\propto P(\theta)\cdot P(\mathbb{Q}^0|\theta) \quad (4)$$

$$P(\theta|\mathbb{Q}^0)\propto \frac{(2\pi)^{-k/2}}{|\mathbb{V}^d|^{1/2}}\exp\{-\frac{1}{2}(\theta-\theta^d)'\mathbb{V}^{d^{-1}}(\theta-\theta^d)\}$$
$$\times\frac{(2\pi)^{-j/2}}{|\mathbb{V}^0|^{1/2}}\exp\{-\frac{1}{2}(\mathbb{Q}^0-\mathbb{Q}^a(\theta))'\mathbb{V}^{0^{-1}}(\mathbb{Q}^0-\mathbb{Q}^a(\theta))\} \quad (5)$$

最頻値の導出

$$\underset{\theta}{\mathrm{Max}}\ P(\theta|\mathbb{Q}^0) \quad (6)$$

$$\rightleftarrows \underset{\theta}{\mathrm{Max}}\left[\frac{(2\pi)^{-k/2}}{|\mathbb{V}^d|^{1/2}}\exp\{-\frac{1}{2}(\theta-\theta^d)'\mathbb{V}^{d^{-1}}(\theta-\theta^d)\}\right.$$
$$\left.\times\frac{(2\pi)^{-j/2}}{|\mathbb{V}^0|^{1/2}}\exp\{-\frac{1}{2}(\mathbb{Q}^0-\mathbb{Q}^a(\theta))'\mathbb{V}^{0^{-1}}(\mathbb{Q}^0-\mathbb{Q}^a(\theta))\}\right] \quad (7)$$

$$\rightleftarrows \underset{\theta}{\mathrm{Min}}[(\theta-\theta^d)'\mathbb{V}^{d^{-1}}(\theta-\theta^d)+(\mathbb{Q}^0-\mathbb{Q}^a(\theta))'\mathbb{V}^{0^{-1}}(\mathbb{Q}^0-\mathbb{Q}^a(\theta))] \quad (8)$$

４．パラメータに関する線形化手法

式(５)の代表値ベクトルを求めるにあたって、ここでは逐次計算を必要としない近似計算の方法を提示する。式(５)の第二項中の$\mathbb{Q}^0-\mathbb{Q}^a(\theta)$は$\theta$に対して非線形であるが、これを式(９)のように線形化出来たとすると、式(５)は式(１０)～(１２)のように書き改められる。更にこれを式(１２)のように、新たなθ^r及び$\mathbb{V}^r$によってひとつの正規分布にまとめることが出来れば、θ^rを修正されたパラメータベクトルとして良いことになる。式(１３)は、展開すると式(１４)のようになる。これと式(１２)とを比較することによって、θ^rと$\mathbb{V}^r$は式(１５)及び(１６)の関係を満たしていれば良いことがわかる。更に式(１５)及び(１６)をθ^r及び$\mathbb{V}^r$について解けば、式(１７)及び(１８)が得られ、結局、式(１７)によって修正されたパラメータベクトルθ^rが求められる。線形化はテーラー近似を用いる。式(１９)のように$\mathbb{Q}(\theta)$をθ^0のまわりでテーラー展開し（第一項目まで）、マトリックス$\mathbb{G}$及び$\mathbb{F}$の成分を式(２０)及び(２１)のように置くと、式(９)が得られる。

表３　線形化を用いた方法

集計量残差の線形化

$$\mathbb{Q}^0-\mathbb{Q}^a(\theta)\fallingdotseq\mathbb{F}-\mathbb{G}\cdot\theta \quad (9)$$

$$P(\theta|\mathbb{Q}^0)\propto\frac{(2\pi)^{-k/2}}{|\mathbb{V}^d|^{1/2}}\exp\{-\frac{1}{2}(\theta-\theta^d)'\mathbb{V}^{d^{-1}}(\theta-\theta^d)\}$$
$$\times\frac{(2\pi)^{-j/2}}{|\mathbb{V}^0|^{1/2}}\exp\{-\frac{1}{2}(\mathbb{F}-\mathbb{G}\theta)'\mathbb{V}^{0^{-1}}(\mathbb{F}-\mathbb{G}\theta)\} \quad (10)$$

$$\propto\exp\{-\frac{1}{2}(\theta-\theta^d)'\mathbb{V}^{d^{-1}}(\theta-\theta^d)-\frac{1}{2}(\mathbb{F}-\mathbb{G}\theta)'\mathbb{V}^{0^{-1}}(\mathbb{F}-\mathbb{G}\theta)\} \quad (11)$$

$$=\exp\{-\frac{1}{2}(\theta'\mathbb{V}^{d^{-1}}\theta-\theta^{d'}\mathbb{V}^{d^{-1}}\theta-\theta'\mathbb{V}^{d^{-1}}\theta^d+\theta^{d'}\mathbb{V}^{d^{-1}}\theta^d)$$
$$-\frac{1}{2}(\mathbb{F}'\mathbb{V}^{0^{-1}}\mathbb{F}-\theta'\mathbb{G}'\mathbb{V}^{0^{-1}}\mathbb{F}-\mathbb{F}'\mathbb{V}^{0^{-1}}\mathbb{G}\theta+\theta'\mathbb{G}'\mathbb{V}^{0^{-1}}\mathbb{G}\theta)\} \quad (12)$$

分布関数の一本化

$$P(\theta|\mathbb{Q}^0)\propto\exp\{-\frac{1}{2}(\theta-\theta^r)'\mathbb{V}^{r^{-1}}(\theta-\theta^r)\} \quad (13)$$

$$\propto\exp\{-\frac{1}{2}(\theta'\mathbb{V}^{r^{-1}}\theta-\theta^{d'}\mathbb{V}^{r^{-1}}\theta-\theta'\mathbb{V}^{r^{-1}}\theta^{d'}+\theta^{d'}\mathbb{V}^{r^{-1}}\theta^d)\} \quad (14)$$

$$\mathbb{V}^{r^{-1}}=\mathbb{V}^{d^{-1}}+\mathbb{G}'\mathbb{V}^{0^{-1}}\mathbb{G} \quad (15)$$

$$\mathbb{V}^{r^{-1}}\theta^r=\mathbb{V}^{d^{-1}}\theta^d+\mathbb{G}'\mathbb{V}^{0^{-1}}\mathbb{F} \quad (16)$$

$$\theta^r=\theta^d+\mathbb{V}^d\mathbb{G}'(\mathbb{V}^0+\mathbb{G}\mathbb{V}^d\mathbb{G}')^{-1}(\mathbb{F}-\mathbb{G}\theta^d) \quad (17)$$

$$\mathbb{V}^r=\mathbb{V}^d-\mathbb{V}^d\mathbb{G}'(\mathbb{V}^0+\mathbb{G}\mathbb{V}^d\mathbb{G}')^{-1}\mathbb{G}\mathbb{V}^d \quad (18)$$

線形化の方法

$$\mathbb{Q}^a(\theta)\fallingdotseq\mathbb{Q}^a(\theta^d)+\sum_k\left.\frac{\partial\mathbb{Q}^a(\theta)}{\partial\theta_k}\right|_{\theta_k=\theta_k^d}\times(\theta-\theta^d) \quad (19)$$

$$G_{jk}=\left.\frac{\partial Q_j^a(\theta)}{\partial\theta_k}\right|_{\theta_k=\theta_k^d} \quad (20)$$

$$F_j=Q_j^0-Q_j^a(\theta^d)+\sum_k G_{jk}\cdot\theta_k^d \quad (21)$$

５．まとめ

都市交通需要予測における適用対象例を表４に示す。同表左欄は非集計データのみによるモデル構築を示しており、そのパラメータを同表右欄の集計データを用いて修正すれば良い。当然ながら、パーソントリップ調査は非集計データとしても集計データとしても使うことが出来る。

以上示したように、本研究は非集計行動モデルのパラメータ推定時に集計データの持つ情報を反映させる新たな方法を開発した点に独創性を有し、今後更に方法論として精緻化することが可能と考える。

表４　本方法の適用対象例（都市内交通）

非集計データ	集計データ
パーソントリップ調査 非集計行動モデルの構築 ・目的地選択モデル ・交通手段選択モデル	国勢調査 得られる集計データ ・市町村間通勤通学ＯＤ表 ・発市町村別交通手段利用量 （通勤、通学）
個別の各種調査 非集計行動モデルの構築 ・目的地選択モデル ・交通手段選択モデル	パーソントリップ調査 得られる集計データ ・各種目的別ゾーン間ＯＤ表 ・各目的別ＯＤ別交通手段利用量
個別の各種調査 ・交通手段選択モデル	バス、鉄道駅の乗降客数調査 道路交通量調査

参考文献

1)Morichi,S & T.Yai: Prediction of trip distribution by disaggregate behavioral model, 1986 WCTR

2)Quevedo,S.L.G.: Combining Survey and Aggregate Data for Model Estimation, 1985.6