

IV-20

追従方程式から得られる交通流モデルの一般解に関する研究

北海道開発局 函館開発建設部 正員 阿部 幸 康
同 土木試験所 正員 高 森 衛

1 はじめに 本研究は既存の交通流モデルが追従方程式を主とする交通動力学の立場から統一的に分類でき、指数型非線形モデルやN次曲線モデルがこれら交通流モデルの一般形であることを明らかにした佐藤、五十嵐らの研究成果¹⁾を基礎に、追従方程式のパラメータ m 、 ℓ が一般形をとる場合の新たな交通流モデルの誘導とその回帰分析法について考察し、実測データによってこのモデルの適合性を検証したものである。

2 交通流モデルの一般解 交通動力学の基礎となる追従方程式は、追従車が前車の変速動作に応じてどのような動き方をするかを微分方程式によって表わそうとしたもので、(1)式のように表わされる。

$$\ddot{X}_{n+1}(t+T) = \frac{C \cdot \dot{X}_{n+1}^m(t+T) \cdot [\dot{X}_n(t) - \dot{X}_{n+1}(t)]}{[X_n(t) - X_{n+1}(t)]^{\ell}} \quad (1)$$

ここで、 T は刺激に対する応答の遅れであり、 $\dot{X}_{n+1}(t+T)$ は時刻 $(t+T)$ における $(n+1)$ 番目の車の変速度、 $X_{n+1}(t)$ は時刻 (t) における $(n+1)$ 番目の車の速度、 X_{n+1} はある時間内に $(n+1)$ 番目の車が走った距離、 C は定数で ℓ 、 m はパラメータである。既存の巨視的交通流モデルが $m=0$ 、 $m=1$ の場合に集約され、さらに $m=0$ でかつ $\ell>1$ (N次曲線モデル)、 $m=1$ でかつ $\ell>1$ (指数型非線形モデル)の場合に得られるモデルが既存のモデルの一般形であることは示されているので、本研究では m と ℓ が一般形をとる場合のモデルを誘導し

表-1 交通流モデルの一般解

表-1の非線形一般モデルを得た。

全密度型非線形一般モデルはMayによって示されたもので、低密度型非線形一般モデルは本研究の過程において新しく誘導されたモデルである。²⁾³⁾

3 実験的回帰分析法 パラメータを非線形で含んでいるMayモデルな

パラメータ m, ℓ の条件	$m \neq 1, \ell \neq 1$	
一般式	$\frac{1}{1-m} \bar{V}_s^{1-m} = \frac{C}{1-\ell} K^{\ell-1} + A$	
境界条件	$K=0 \rightarrow \bar{V}_s = V_f$ $K=K_j \rightarrow \bar{V}_s = 0$	$K=0 \rightarrow \bar{V}_s = V_f$ $K=K_c \rightarrow d\bar{q}/dk = 0$
一般解	$\bar{V}_s = V_f \cdot \left[1 - \left(\frac{K}{K_j}\right)^{\ell-1}\right]^{\frac{1}{1-m}}$ (全密度型非線形一般モデル)	$\bar{V}_s = V_f \cdot \left[1 - \left(\frac{1-m}{\ell-m}\right) \left(\frac{K}{K_c}\right)^{\ell-1}\right]^{\frac{1}{1-m}}$ (低密度型非線形一般モデル)

どは対数変換して最小二乗法により解くことができる。しかし、一般モデルはその性質上、最小二乗法では解くことができない。Mayは全密度型非線形一般モデルを格子法で解いた。しかしながら、この方法では格子間隔によってパラメータの精度があらかじめ決まってしまうという欠点を有する上に、計算機の容量のため特定のパラメータを固定せざるを得なかった。そこで本研究ではパラメータを後述する実験的回帰分析法によって推定した。この手法を応用する前提として、

- (1) 与えられた観測データに対し、妥当な任意の関数形 $f(a_1, a_2, \dots, a_\ell; x_1, x_2, \dots, x_k)$ を仮定できる。
- (2) 仮定された関数に含まれる未知のパラメータの存在範囲を設定できる。

交通流モデルを解く場合、(2)の条件が満たされているので非常に有効である。モデルのパラメータ、 V_f 、 K_c 、 K_j 、 m 、 ℓ などの値の存在範囲が経験的に想定できるからである。次に設定されたパラメータの存在範囲内で残差平方和 $R.S.S. = \sum_{i=1}^n \{y_i - f(a_1, a_2, \dots, a_\ell; x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik})\}^2$ を十分小さくするような $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_\ell$ を逐次近似法を利用して求めるのであるが、パラメータが多数あると近似計算を効率的に進めなければならない。この問題を解決するために直交表を利用してパラメータの水準ごとの残差平方和の比

較を行い、簡単な判定によってパラメータとしてより妥当な値を逐次的に求めるのである。

4 回帰計算結果 非線形一般モデルのパラメータの範囲

過去の研究例¹⁾を参考に表-2のように定め、一般国道231号石狩町花畔および八幡において昭和60年7月に観測したデータを用い回帰計算を行った。調査地点は地方部2車線道路の平坦で十分測方余裕のある直線区間で、追越し禁止の規制がなく花畔の制限速度は50km/h、八幡は制限のない箇所である。大型車混入率が10%以下のデータを用い計算した結果、表-3を得た。図-1はK-Vs相関とモデルの線形を示したもので、これらから次のことがわかった。

(1) 低密度型非線形一般モデルは、全密度型非線形一般モデルと比べいずれのデータにおいても適合性が高い。

(2) 両地点の低密度型非線形一般モデルのパラメータを比べると、八幡の自由速度 V_f が花畔よりも5km/h高い61km/hで差がみられるが他のパラメータには大きな差はなく、臨界密度 K_c が36~38台/km、 ℓ が3.29~3.46、 m が1.35~1.60の値で、1車線当りの可能交通容量 Q_c は1330~1368台/h、その時の臨界速度 V_c は35~38km/hの範囲にあり、速度規制の交通容量への顕著な影響はみられなかった。

5 おわりに 本研究で示した非線形一般モデルは、N次曲線モデルや指数型非線形モデルと比べパラメータ m を固定していないという点で追従方程式により忠実なモデルである。全密度型非線形一般モデルは交通流モデルとして理想的な関数形をしているが、自由流から渋滞流までを1つの式で表わすには無理が生じる。交通工学においては自由流から臨界状態までを問題とすることが多く、低密度型非線形一般モデルの実用価値は大きいものと考えられる。

最後に、本研究をとりまとめる上で御助言をいただいた北海道大学工学部土木工学科、佐藤馨一助教授にお礼申し上げる。

参考文献

- (1) 佐藤馨一，五十嵐日出夫：非線形交通流モデルに関する研究、土木学会論文報告集第258号、昭和52年2月
- (2) Adolf, D. May JR. Hartmut, E. M. Keller ; Non Integer Car Following Models, H. R. R. № 199

(3) 阿部幸康，荻野治雄：地方部2車線道路における交通流モデルについて、北海道開発局土木試験所月報№381 1985年2月

(4) 田口玄一，横山巽子：ビジネスデータの分析、丸善 昭和52年12月

表-2 パラメータの範囲の設定

パラメータ	全密度型非線形			パラメータ	低密度型非線形		
	水	準			水	準	
V_f	50	60	70	V_f	50	60	70
K_j	130	140	150	K_c	30	40	50
ℓ	1.1	1.8	2.5	ℓ	1.1	2.5	3.9
m	0.1	0.5	0.9	m	1.1	2.1	3.1

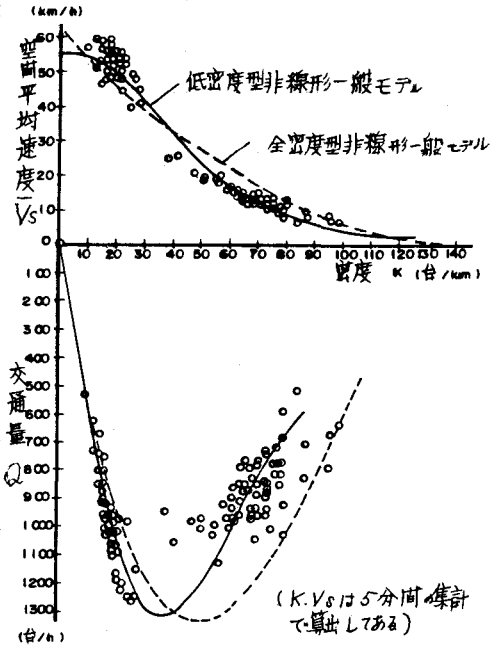


図-1 K-Vs-Q相関図（花畔）

表-3 回帰計算結果

地点 (データ数)	モデル名	回 帰 式	K_c (台/km)	V_c (km/h)	Q_c (台/h)	V_f (km/h)	K_j (台/km)	R^2
八幡	全密度型	$\bar{V}_s = 63 \left[1 - \left(\frac{K}{140} \right)^{1.08} \right]^{1/0.60}$	54	30	1620	63	140	0.784
(111)	低密度型	$\bar{V}_s = 61 \left[1 + 0.18 \left(\frac{K}{36} \right)^{2.29} \right]^{-1/0.35}$	36	38	1368	61	—	0.865
花畔	全密度型	$\bar{V}_s = 62 \left[1 - \left(\frac{K}{140} \right)^{0.94} \right]^{1/0.56}$	49	27	1323	62	140	0.839
(122)	低密度型	$\bar{V}_s = 56 \left[1 + 0.32 \left(\frac{K}{38} \right)^{2.46} \right]^{-1/0.60}$	38	35	1330	56	—	0.913