

III-354 杭の荷重－沈下曲線に対する2定数関数の適用性 －双曲線法と指数関数法の比較－

（財）大阪土質試験所 正 平山英喜， 正 ○福田悦治

1. 概要 杭の荷重－沈下曲線を理論的または解析的に得ることは極めて困難である。実際問題としては、できるだけ簡単な関数でそれをモデル化することは、載荷試験から極限支持力を推定したりする際に有効である。この際パラメータは、例えば初期接線係数と極限荷重のように、最低限2つは必要であろう。2定数の関数としては、圧密の沈下－時間曲線のモデル化同様、双曲線¹⁾²⁾と指数関数³⁾⁴⁾が一般に用いられている。本稿では、この両者を比較して各々の適用性を検討し、双曲線近似の方が一般的に良い結果を与えることを指摘する。

2. 双曲線法と指数関数法の比較 双曲線法と指数関数法は、各々次の関数を仮定する。

$$p = \frac{S}{a + bS} \dots\dots\dots (1)$$

$$p = p_{ult}(1 - e^{-AS}) \dots\dots\dots (2)$$

ここに p = 単位面積あたりの荷重、 S = 沈下量
各々の定数は見かけ上 a, b と p_{ult}, A であるが、両者を直接比較するために p_{ult} (極限荷重) と K_i (初期接線係数、 $dp/dS|_{S=0}$) を用いて(1)、(2)式を書き換えると次のようになる。

$$R = \frac{S}{\delta + S} \dots\dots\dots (3)$$

$$R = 1 - e^{-S/\delta} \dots\dots\dots (4)$$

ここに $R = p/p_{ult}$ 、 $\delta = p_{ult}/K_i$ (宇都ら⁴⁾により基準変位量 δ_g と定義されたものと同一である)

(3)、(4) 式を $R = S/\delta$ および $\log R - \log(S/\delta)$ 座標上で比較したものを図-1および図-2に示す。これらの図から次のことが分かる：①同一の S/δ に対し、指数関数(4) 式の方が常に大きく、 $S/\delta \approx 5$ で実質的に $R=1$ となる；②両対数座標にプロットした時の最大曲率点の位置²⁾ もかなり異なる。

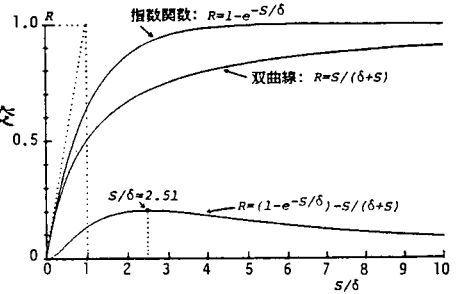


図-1 双曲線と指数関数の比較

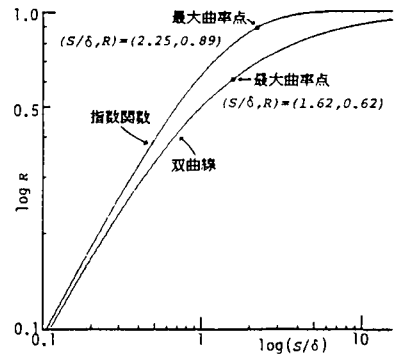


図-2 両対数座標上での双曲線と指数関数の比較

3. 両方法の適用性

図-3は van der Veen³⁾が、(2)式を提案した時に示した杭の荷重－沈下曲線である。図の p_{max} は p_{ult} より少し小さい可能性もあるが、両者はほぼ同一であると見なせるだろう。図-3の結果が(3)式的双曲線と(4)式の指数関数でどの程度近似できるかを調べるため、 $S/R - S$ と $S - \ln(1-R)$ 座標上にプロットしたものを図-4および図-5に示す。図-4では、傾き 1.0の直線、図-5では傾き $\alpha\delta$ (S と $\ln(1-R)$ が同スケールの時 $\alpha=-1$) に近い程、近似度が良いことを示す。図-4では $R=0.2 \sim 0.99$ (0.2以下では S の読み取り誤差が大きく影響) にわたって傾き 0.96の直線上にあるのに対し、図-5では van der Veen 自身が述べているように $\delta (=1/A)$ は定数でなく $R=0.7$ 付近で変化している。これは図-3と図-1の比較から $\delta \approx 0.4\text{cm}$ であるが $S/\delta \approx 5$ ($S \approx 2.0\text{ cm}$) で $R=0.85$ で $R=1$ となっていないことからわかる。

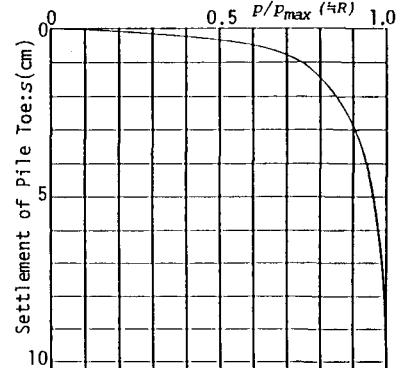
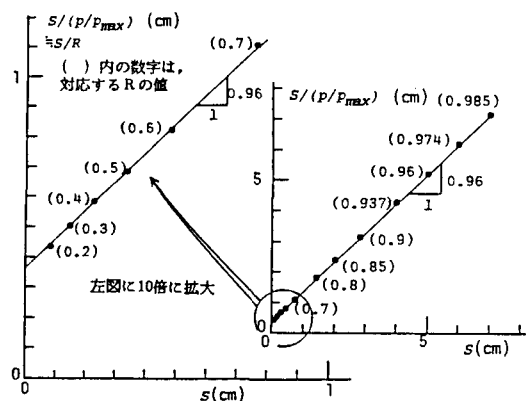
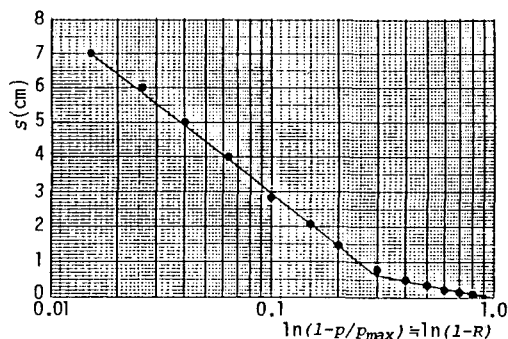


図-3 杭の荷重－沈下曲線
(van der Veen³⁾による)

図-4 図-3の $S/R-S$ 座標でのプロット図-5 図-3の $S-\ln(1-R)$ 座標でのプロット

前述の検討は、図-3の結果に基づいたものであるが、一般的にも双曲線による近似が高い精度を有する例が山口¹⁾によって数多く示されている。一方、指数関数による近似は、非線形最小自乗法による当てはめ⁴⁾、あるいは定数を3つに増した Weibull関数の導入⁵⁾等が試みられ、一般的に容易に良い近似を得られないようである。

また森田・笹尾⁶⁾は、浅岡⁷⁾の一次元圧密沈下(S)—時間(t)関係に対する最終沈下量図式解析法を利用して極限支持力を推定する方法を提案し、それが図-5に基づく van der Veen 法³⁾に近い値を与え、降伏荷重 p_y 以下で推定すると10~30%程度過小評価する傾向があると述べている。浅岡法が S, t の間に $S = S_{ult}(1-e^{-t/c})$ で表される指数関係が成り立つ場合の図式解析法であることを考えると、森田らの方法は(2)式を仮定した図式解析法であり、van der Veen法と本質的には同じであるが、ずっと簡便なものであることがわかる。したがって(2)式の近似度が良ければ、荷重レベルに依らず、安定した極限荷重が推定できるはずである。以下に荷重—沈下曲線を(3)式的双曲線と仮定すれば、上述の森田らのコメントが説明できることを示す。 $R_j = \frac{S+\Delta S}{\delta+(S+\Delta S)}$, $R_{j-1} = \frac{S}{\delta+S}$ とし $\Delta S = k\delta$ (k : 0.2程度の定数)とすると、

$$R_j = \frac{R_{j-1} + k(1-R_{j-1})}{1 + k(1-R_{j-1})} \quad \dots\dots (5)$$

となり、図-6に示すように R_j-R_{j-1} 座標上で下向きに凸な曲線となる。そして(5)式の曲線の $R_{j-1}=r$ での接線と $R_j=R_{j-1}$ との交点、すなわち推定極限値 R_u (今の場合 1.0が正解と見なせる)は、

$$R_u = \frac{1+r+k(1-r)}{2+k(1-r)} = \frac{1+r}{2} \quad \dots\dots (6)$$

となる。log-log法による降伏荷重 p_y は $p_y \approx 0.6 p_{ult}$ と見なせるので²⁾、 $r = p_y/p_{ult} \approx 0.6$ 付近で推定すると(6)式から $R_u \approx 0.8$ となり、極限荷重を20%程度過小評価することになり、前述の森田らのコメントが説明できる。なお Weibull関数 $R = 1 - e^{-(S/\delta)^m}$ で $m = 0.6 \sim 0.8$ の場合⁵⁾

も、図-6に示した(5)式の曲線と類似の結果が得られる。以上の考察は、荷重—沈下曲線的双曲線近似(1)または(3)式の適用性が、指数関数近似(2)または(4)式よりも一般的に良いことを示しているものと考えられる。また図-2に示した両対数座標上での最大曲率点の位置²⁾からも同様のことが指摘できる。

参考文献

- 1) Yamaguchi (1977): Proc. 9th ICSMFE, Vol.3, pp.382-384
- 2) 平山(1987): 第22回土質工学研究発表会 (投稿中)
- 3) van der Veen (1953): Proc. 3rd ICSMFE, Vol.2, pp.84-90
- 4) 宇都 他(1978): 第13回土質工学研究発表会, pp.813-816
- 5) 浅沼 他(1982): 第17回土質工学研究発表会, pp.2085-2088
- 6) 森田・笹尾 (1986): 土木学会第41回年講Ⅲ, pp.671-672
- 7) 浅岡(1978): 第13回土質工学研究発表会, pp.277-280

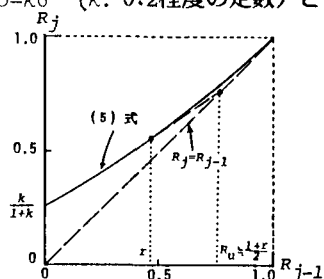


図-6 双曲線(3)式を仮定した森田・笹尾法の適用