III-213　円柱状埋設物を持つ地山の初期（変動）応力の解析

山梨大学工学部　正員　　平島　健一
松江高専土木科　正員　　浜野　浩幹

1．はじめに．　公共的なエネルギー供給や備蓄ならびに交通・運輸体系の拡充のためには，構造物の地下化をはじめ，各種の悪質な地質状態を相手にした構造体の設置が要請されるが，基盤あるいは設置場所周辺における応力発生・変動挙動あるいは破壊機構の究明と，それらの地点での初期ならびに変動応力の合理的測定法の確立が必要である．しかるに地山の岩質材料は微視的に見れば一般には幾何学的に複雑な形状と分布を示しており，同質あるいは異質物質の結合ないし混合体である．従って，力学的な性質は異方性となり，極端な場合には不連続になるのが普通であり，地山内部に設置される構造物の形状・寸法・施工順序等によって周辺地山に生じる応力・変動挙動等は大きく影響を受けることになる．

本研究では，上述した岩質性地山の力学的挙動のうち弾性的な部分に限定し，材質的に異方性体を取り扱うものとし，その中に円柱状埋設物が設置された場合の地山の初期（変動）応力を求めようとするものである．

2．基本式．　直交デカルト座標系のｚ軸と埋設円柱の軸方向を一致するように取るものとする．この場合，等質で異方性体と仮定した岩盤の弾性主軸は系(x,y,z) の方向とは独立に任意の方向を持つものとすると，異方性岩盤の応力ひずみ関係式として式(1) が成立する．同様の式が埋設物の方にも成立する．いま，埋設物を持たない岩盤の無限遠に一様な応力成分 σ_x^0，σ_y^0，…が作用するものとすれば，Airy の応力関数 F^0 および ϕ^0 は式(2)で与えられる．従って，埋設物を有する無限媒体内の応力ならびに変位成分は次式で与えられる：

$$\left.\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \beta_{11}\sigma_x+\beta_{12}\sigma_y+\beta_{14}\tau_{yz}+\beta_{15}\tau_{xz}+\beta_{16}\tau_{xy}+\frac{a_{13}}{a_{33}}\varepsilon_z,\\
\varepsilon_y &= \beta_{12}\sigma_x+\beta_{22}\sigma_y+\cdots\cdots\cdots+\frac{a_{23}}{a_{33}}\varepsilon_z,\\
\tau_{yz} &= \beta_{14}\sigma_x+\beta_{24}\sigma_y+\cdots\cdots\cdots+\frac{a_{34}}{a_{33}}\varepsilon_z,\\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots,\\
\tau_{xy} &= \beta_{16}\sigma_x+\beta_{26}\sigma_y+\beta_{46}\tau_{yz}+\beta_{56}\tau_{xz}+\beta_{66}\tau_{xy}+\frac{a_{63}}{a_{33}}\varepsilon_z,\\
\beta_{ij} &= a_{ij}-\frac{a_{i3}\,a_{j3}}{a_{33}},\ (i,j=1,2,4,5,6)
\end{aligned}\right\}\quad(1)$$

$$\left.\begin{aligned}
F^0 &= \frac{1}{2}(\sigma_y^0x^2-2\tau_{xy}^0xy+\sigma_x^0y^2),\\
\phi^0 &= \tau_{xz}^0y-\tau_{yz}^0x.
\end{aligned}\right\}\quad(2)$$

$$\left.\begin{aligned}
u &= u^0+2Re\sum_{k=1}^{3}p_k\phi_k(z_k)-\omega^0y+u_0,\\
v &= v^0+2Re\sum q_k\phi_k(z_k)+\omega^0x+v_0,\\
w &= w^0+2Re\sum r_k\phi_k(z_k)+w_0.
\end{aligned}\right\}
\quad
\left.\begin{aligned}
\sigma_x &= \sigma_x^0+2Re[\mu_1^2\phi_1'(z_1)+\mu_2^2\phi_2'(z_2)+\mu_3^2\lambda_3\phi_3'(z_3)],\\
\sigma_y &= \sigma_y^0-2Re[\phi_1'(z_1)+\phi_2'(z_2)+\lambda_3\phi_3'(z_3)],\\
\tau_{yz} &= \tau_{yz}^0-2Re[\lambda_1\phi_1'(z_1)+\lambda_2\phi_2'(z_2)+\phi_3'(z_3)],\\
\tau_{xz} &= \tau_{xz}^0+2Re[\mu_1\lambda_1\phi_1'(z_1)+\mu_2\lambda_2\phi_2'(z_2)+\mu_3\phi_3'(z_3)],\\
\tau_{xy} &= \tau_{xy}^0-2Re[\mu_1\phi_1'(z_1)+\mu_2\phi_2'(z_2)+\mu_3\lambda_3\phi_3'(z_3)],
\end{aligned}\right\}\quad(3),(4)$$

ここに，$\phi_k(z_k)$, λ_k, μ_k, p_k, q_k, r_k は複素解析関数ないしは複素定数であり，u^0,v^0,w^0 は x,y,z 方向への変位成分である．また ω^0,u_0,v_0,w_0 は剛体的な回転および変位を表わす．

いま，岩盤と埋設物が完全に付着しているものとすれば，それらの接触境界での境界条件は応力ならびに変位の連続性から式(5)のように書くことができる．ここに，x_n,y_n,z_n および u,v,w は岩盤の接触境界における座標軸方向の応力および変位であり，また，上式の ’ がついたものは埋設物内のものである．

$$\left.\begin{aligned}
&X_n=-X_n',\ Y_n=-Y_n',\ Z_n=-Z_n',\\
&u=u',\quad v=v',\quad w=w'.
\end{aligned}\right\}\quad(5)$$

次に，埋設物内の応力を決定するため，まず，岩盤内に埋設物がないとした場合の変位 u,v,w を求める．これは，ひずみ回転および変位の関係式を積分することによって得られ，同様に埋設物内の変位 u’, v’,w’ も求められる．これらの変位を境界条件式(5) に式(3),(4) を適用した式に代入すると地山と埋設物との間の変位の関係式が得られ，それを応力関数から得られる式および境界条件から得られる式に代入

し整理すると最終的に埋設物の応力 $\sigma'_x, \sigma'_y, \cdots$ に関する６個の連立１次方程式が得られる．但しここでは，埋設物の長さはその直径に比べて充分に長いという仮定から埋設物内の z 軸方向ひずみ ε'_z は岩盤内のひずみ ε^0_z に等しいという仮定を用いている．

上述した方法を使うことにより，逆に埋設物内の測定した一様な応力成分 $\sigma'_x, \sigma'_y, \cdots$ から岩盤の無限遠より働く応力 $\sigma^0_x, \sigma^0_y, \cdots$ を一義的に決定することができる．

３．数値計算例． いま，地山岩盤内の無限遠より作用する応力成分 $\sigma_x, \sigma_y, \cdots$ が埋設物内の応力成分から次のような形で決定できるものとする．

$$\left.\begin{aligned} \sigma^0_i &= F^1_i \sigma'_x + F^2_i \sigma'_y + F^3_i \sigma'_z + F^4_i \tau'_{yz} + F^5_i \tau'_{xz} + F^6_i \tau'_{xy}, \quad (i = x, y, z), \\ \tau^0_{ij} &= H^1_{ij} \sigma'_x + H^2_{ij} \sigma'_y + H^3_{ij} \sigma'_z + H^4_{ij} \tau'_{yz} + H^5_{ij} \tau'_{xz} + H^6_{ij} \tau'_{xy}, \quad (i, j = x, y, z,\ i \neq j). \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

ここに，F^k_{ij}, H^k_{ij} (k=1,2,･･･,6) は岩盤および埋設物に関する弾性定数とそれらの方向が与えられれば定まる定数であり応力影響係数と呼ばれるものである．従って，これらの影響係数が前もって計算されておれば岩盤の応力成分は式(6)を用いて計算できることになる．

（１）岩盤および埋設物が共に等方性の場合． 埋設物の弾性定数を式(a) とする．このとき残りの影響係数を岩盤のヤング係数Ｅおよびポアソン比νのパラメータとして描いたものが図１である．ここで埋設物内の応力成分を式(b)，岩盤の弾性定数を式(c)と仮定すれば地山岩盤に作用している初期（変動）応力は式(d)のようになる．

（２）岩盤が異方性の場合． 次の例として埋設物は等方性で，岩盤は式(e)のような弾性定数を取るものとして，埋設物の z 軸に垂直な面内（xy面）に対して岩盤の主弾性方向が面内および面外に傾斜する場合について影響係数 F^1_x ,F^1_z を求めたものを図２に示す．

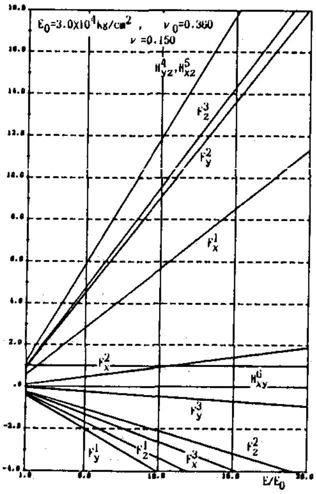

図１．等方性の場合の影響係数

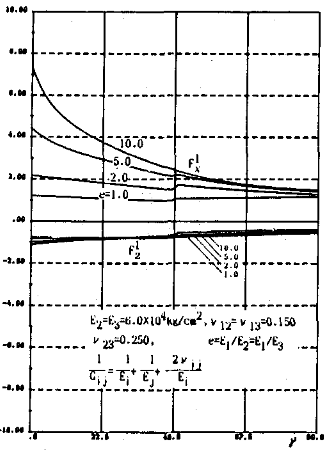

図２．岩盤が z 軸まわりに回転した場合の影響係数

$$E_0=3.0\times10^4 kg/cm^2, \quad \nu_0=0.360 \qquad \text{(a)}$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma'_x &= 2.0 kg/cm^2, & \sigma'_y &= 3.5 kg/cm^2 \\ \sigma'_z &= 4.3 kg/cm^2, & \tau'_{yz} &= 1.5 kg/cm^2 \\ \tau'_{xz} &= 1.0 kg/cm^2, & \tau'_{xy} &= -1.2 kg/cm^2 \end{aligned}\right\} \quad \text{(b)}$$

$$E=3.0\times10^5 kg/cm^2, \quad \nu = 0.150 \qquad \text{(c)}$$

$$\left.\begin{aligned} \sigma^0_x &= 1.59 kg/cm^2, & \sigma^0_y &= 10.80 kg/cm^2 \\ \sigma^0_z &= 13.18 kg/cm^2, & \tau^0_{yz} &= 8.90 kg/cm^2 \\ \tau^0_{xz} &= 5.93 kg/cm^2, & \tau^0_{xy} &= -1.20 kg/cm^2 \end{aligned}\right\} \quad \text{(d)}$$

$$\left.\begin{aligned} & E_2=E_3=6.0\ 10^4 kg/cm^2, \quad \nu_{12}=\nu_{13}=0.150 \\ & \nu_{23}=0.250, \quad e=E_1/E_2=E_1/E_3 \\ & \frac{1}{G_{ij}} = \frac{1}{E_i} + \frac{1}{E_j} + \frac{2\nu_{ij}}{E_i} \end{aligned}\right\} \quad \text{(e)}$$

４．終わりに． 以上，埋設物の応力成分が何らかの方法で測定することができれば，応力影響係数をあらかじめ計算しておくことによって，地山の応力成分を求めることができることを示した．

５．参考文献．
Lekhinitskii,S.G., Theory of Elasticity of an Anisotropic Elastic Body,(Eng. Trans.),Holden Day,(1963); Amadei,B., Rock Anisotropy and the Theory of Stress Measurements, Springer-Verlag,(1983).