

III-207

BFGS法による土の静的、動的弾塑性解析

鹿島建設(株)	正員	奥村	聡
同 上	正員	砂坂	善雄
同 上	正員	鈴木	輝一
同 上		松本	喬

1. まえがき

弾塑性解析では、非線形手法として初期剛性法および接線剛性法が使われることが多いが、多大な計算時間に難点がある。ここでは計算時間短縮のために、Matthies, H and Strang, G.¹⁾ や Bathe, K. J. and Cimento, A. P.²⁾ によるBFGS法を用いて、地盤の支持力問題と二相系地盤の動的解析(一次元モデル)を例に従来の非線形手法との比較を行い、BFGS法の有効性を述べる。

2. BFGS法の概略

BFGS法は接線剛性法のように各ステップで剛性を求める方法であるが、接線剛性法と異なる点は、既に求まっている前ステップの剛性の逆マトリックスから現ステップの割線剛性の逆マトリックスを近似することにある。BFGS法の特長は、接線剛性法と比較して逆マトリックス算定時の計算時間が節約できること、かつ初期剛性法と比較して収束回数が極端に少なくて済むことである。剛性の逆マトリックスは次のように求める。

$$K_i^{-1} = (I + W_i \cdot V_i^T) \cdot K_{i-1}^{-1} \cdot (I + V_i \cdot W_i^T)$$

ここに、 K_i^{-1} : i ステップの剛性の逆マトリックス、 K_{i-1}^{-1} : $i-1$ ステップの剛性の逆マトリックス、

W_i 、 V_i : 増分変位、増分残差力から求まるベクトル量、 I : 単位マトリックス

3. 計算例

(1) 支持力問題

図-1に示す一相系地盤の支持力問題をBFGS法、初期剛性法及び接線剛性法により解析し、計算時間、収束回数の比較検討を行った。FEM要素は中点有の8節点4角形要素で、 2×2 のGauss積分点による低減積分を用いた。載荷節点ではあたかも剛体基礎下の変形挙動を示すように、載荷節点の自由度をTiedしている。各非線形手法共、許容収束誤差内に達するまでは収束計算を行い、収束誤差の定義を外力の最大ノルムと残差節点力の最大ノルムとの比とし、ここでは許容収束誤差として0.003を用いた。物性値を表-1に示す。

解析は計算時間、収束回数の比較のために、理論値 $q/c=5.14$ に対して一様に $q/c=5.2$ まで行った。載荷節点1での荷重-沈下曲線を図-2に示す。各非線形手法共近い値を示すが、BFGS法がより理論解に近づいていることが分かる。計算時間は表-2に示すように、BFGS法を1.0として初期剛性法で3.7、接線剛性法で11.9と明らかにBFGS法の有効性が示されている。

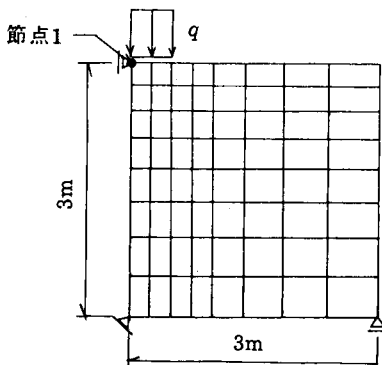


図-1 解析モデル

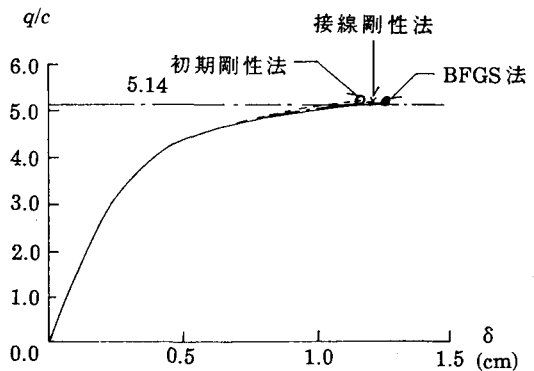


図-2 荷重-沈下曲線

表-1 物性値

E	1.0×10^4 (tf/m ²)
ν	0.33
降伏条件	Von-Mises
降伏応力	13.0 (tf/m ²)

表-2 解析方法による比較

	初期剛性法	接線剛性法	BFGS法
収束回数	441回	229回	74回
計算時間比	3.7	11.9	1.0

(2) 二相系地盤の動的解析

二相系地盤での動的弾塑性解析におけるBFGS法の適用性については、今まで検討された例がない。ここでは図-3に示す一次元地盤モデルを用いてBFGS法と初期剛性法との比較検討を行った。入力地震波はEl Centro波NS成分を5秒間基底で最大100galになるように入力した。土の構成モデルはZienkiewicz et al.³⁾によるDensificationモデル及びMohr-Coulombモデルを用い、表-3に示す物性値も同じ参考文献から引用している。図-3に示す解析モデル10要素のうち、地下水面上の1要素はMohr-Coulombモデル、地下水面下の9要素はDensificationモデルを用いた。Densificationモデルは液状化解析を目的として、繰り返し単純せん断試験によるせん断応力とせん断ひずみ及び体積ひずみの関係に着目した過剰間隙水圧発生モデルであり、パラメータ γ 、 A 、 B は実験定数である。FEM要素は中点無の4節点4角形要素を用い、許容収束誤差は0.01とした。

過剰間隙水圧分布を図-3に示す。BFGS法、初期剛性法共、液状化に達するまでは全く同一の結果を示すが、液状化発生後結果が異なってくる。液状化発生後の不安定状態による精度の違いが原因と考えられるが、構成モデルも含めて解の唯一性の吟味が今後必要である。計算時間は表-4に示すように、BFGS法を1.0とすると初期剛性法で1.1と自由度の小さいモデルでもある程度の効果が確認できた。

表-3 物性値

	Densification	Mohr-Coulomb
E	9.8×10^4 (KN/m ²)	9.8×10^4 (KN/m ²)
ν	0.15	0.15
k	1.0×10^{-6} (m/sec)	1.0×10^{-6} (m/sec)
ρ_s	1.8 (Mg/m ³)	1.6 (Mg/m ³)
ρ_f	1.0 (Mg/m ³)	1.0 (Mg/m ³)
n	0.375	0.375
C	1.0 (KN/m ²)	1.0 (KN/m ²)
ϕ	40.0°	40.0°
r	17.2	
A	0.04	
B	55.0	

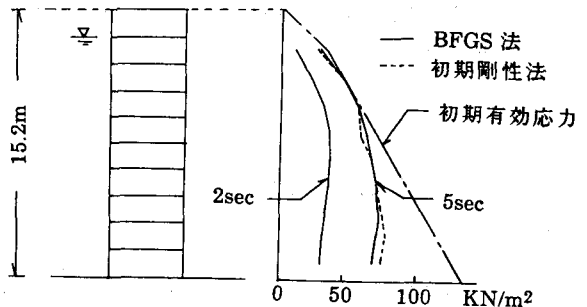


図-3 過剰間隙水圧の分布図

表-4 解析方法による比較

	初期剛性法	BFGS法
計算時間比	1.1	1.0

4. おわりに

動的解析では顕著な有効性は確認できなかったが、静的解析でBFGS法により飛躍的に計算時間を短縮できた。今後の課題は動的解析時の計算時間の短縮である。数値解析には『DIANA-J』を使用した。

参考文献

- Matthies, H. and Strang, G. (1979): The solution of nonlinear finite element equations, Int. J. Num. Meth. Engng. 14, 1613~1629
- Bathe, K. J. and Cimento, A. P. (1980): Some practical procedures for the solution of nonlinear finite element equations, Comp. Math. Appl. Mech. Engng. 22, pp. 59~86
- Zienkiewicz, O. C. et al. (1982): Liquefaction and permanent deformation under dynamic conditions - numerical solution and constitutive relations, Soil mechanics - transient and cyclic loads edited by Pande, G.N. and Zienkiewicz, O.C., John Wiley & Sons Ltd, pp.71~103