

# III-199

## 連成浸透流れに関する基礎的研究

(株) 大林組 (正) 保岡 哲治  
名古屋大学工学部 (正) 京谷 孝史  
名古屋大学工学部 (正) 川本 暁万

1. はじめに 地盤構造物の安定性に地中水が大きな影響をおよぼす事例は、軟弱地盤の圧密、地震時の砂質地盤の液状化など、土質力学、岩盤力学の分野に広範囲にわたって存在する。これらの現象は、地盤骨格系と水との複雑な相互作用のもとに生起するものであり、水の流れ(浸透場)、地盤の変形(運動場)の連成挙動として取り扱わなければ成らない。本報告では、連続体力学に立脚した混合体の立場(混合体理論)より支配方程式を導き、得られた微分方程式をもとに数値解析を行い支配方程式の妥当性を確認する。ここで、地盤は完全飽和を仮定し、変形は微小変位論に従うとする。

2. 地盤における浸透応力連成問題への混合体理論の適用 固相、液相より成る混合体 $\beta(x, t)$ において、空間点 $x$ には、固相の物質点 $x_s$ 、液相の物質点 $x_f$ が同時に存在すると考える。固相速度 $v_s$ 、液相速度 $v_f$ は、各相の運動 $\dot{x}_s$ 、 $\dot{x}_f$ によって、

$$\dot{x} = \dot{x}_s(x_s, t) \quad v_s = \frac{\partial \dot{x}_s}{\partial t} \Big|_{x_s = \text{const}} \quad (\text{固相}) \quad \dot{x} = \dot{x}_f(x_f, t) \quad v_f = \frac{\partial \dot{x}_f}{\partial t} \Big|_{x_f = \text{const}} \quad (\text{液相}) \quad (1)$$

と表せる。また、各相に対する物質微分は、つぎのようになる。

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_s \cdot \frac{\partial}{\partial x} \quad (\text{固相}) \quad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_f \cdot \frac{\partial}{\partial x} \quad (\text{液相}) \quad (2)$$

つぎに、“相集中度”を、混合体の全密度 $\bar{\rho}$ が、各相の密度 $\rho_\alpha$ の線形和( $\alpha=1, \dots, N$ )

$$\bar{\rho} = \sum_{\alpha=1}^N C_\alpha \rho_\alpha \quad (3)$$

で表した時の係数 $C_\alpha$ として導入する。完全飽和された地盤材料の場合、固相の密度を $\rho_s$ 、液相の密度を $\rho_f$ 、間隙率を $n$ として

$$\bar{\rho} = (1-n)\rho_s + n\rho_f \quad (4)$$

であるので、相集中度は、 $(1-n)$ と $n$ である。全応力 $\sigma$  (Cauchy stress)は、相集中度に応じて分担されるので、有効応力を $\underline{\sigma}_e$ 、間隙水圧を $p$  (圧縮を正)とすれば、固相の働く真の応力 $\underline{\sigma}_s$ は、次式のように関連付けられる。

$$\underline{\sigma} = \underline{\sigma}_e - p\mathbf{I} = (1-n)\underline{\sigma}_s - np\mathbf{I} \quad (5)$$

以上で示した諸量を用いて、混合体理論より導き出される支配方程式を示す。

### (I) 浸透場

$$\text{全体に対する質量保存則} \quad -\left(C + \rho_f \frac{1-n}{K_s}\right) \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{\rho_f}{K_s} \frac{\partial \bar{\sigma}_e}{\partial t} + \rho_f \nabla \cdot \underline{q} = -\nabla \cdot \underline{q} \quad (6)$$

$$\text{構成則 (Darcy則)} \quad \underline{q} = n\rho_f (v_f - v_s) = -K \nabla h \quad (7)$$

### (II) 運動場

$$\text{全体に対する運動量保存則} \quad (1-n)\rho_f \frac{D}{Dt} v_s + n \frac{D}{Dt} v_f = \nabla \cdot (\underline{\sigma}_e - p\mathbf{I}) + \bar{\rho} \underline{g} \quad (8)$$

$$\text{構成則} \quad \underline{\sigma}_e = 2G\underline{\varepsilon} + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\bar{\varepsilon}\mathbf{I} + \frac{K}{K_s} p\mathbf{I} \quad (9)$$

ここで、変数の説明を行う。 $K$  ; 固相骨格系の体積弾性係数、 $K_s, K_f$  ; 固相および液相の密度変化に対する剛性率、 $C$  ; 貯留係数( $n\rho_f/K_f$ )、 $h$  ; ポテンシャル( $h = -p + \rho_f g z$ )、 $g$  ; 重力加速度、 $z$  ; 基準より鉛直下向きの値、 $\bar{\sigma}_e$  ; 平均有効応力( $=\text{tr}(\underline{\sigma}_e)/3$ )、 $\underline{\mu}$  ; 空隙体の変位、 $\underline{q}$  ; 質量フラックス、 $\underline{K}$  ; 透水係数マトリックス、 $\underline{g}$  ; 体積力ベクトル、 $G$  ; せん断弾性係数、 $\bar{\varepsilon}$  ; 弾性ひずみの跡( $=\text{tr}(\underline{\varepsilon})$ )

3. 数値解析 まず、式(6)、(8)に仮想仕事の原理を適用し、支配方程式を弱形式化する。そして、ポテンシャルには双一次、変位には双二次の形状関数を用いて空間離散化する。さらに、得られた離散微分方程式を連立させ、 $\theta$ 法を用いてタイムステップ毎にポテンシャル、変位を算出する。解析例として、Fig. 1に示す異方性多層地盤を考えた。荷重条件はFig. 2に、Mesh図と境界条件はFig. 3に示した。排水は上面のみを許し、両側面、底面はないとした。また、底面、両側面は、移動端によって支持されているとした。さらに、解析領域は平面ひずみ状態とし仮定した。結果を比較するため、Table 1~2に示す物理定数をもつ2ケースについて解析を行った。CaseA、CaseBは固相粒子、液相がともに非圧縮性、圧縮性かどうかで区別した。実際の解析において、荷重載荷付近でポテンシャルが不安定となるため、空間領域においてポテンシャルの平滑化を行った。さらに、CaseAでは、液相を非圧縮性とするため、次数低減積分法を用いた。解析結果をFig. 4に示した。両図を比較すると、固相粒子、液相がともに非圧縮性の場合の方がポテンシャルが小さくなることわかる。これは、固相粒子の圧縮性によって間隙水圧が緩和されたためと考えられる。

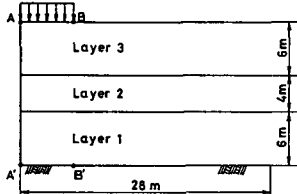


Fig.1 Position of layers

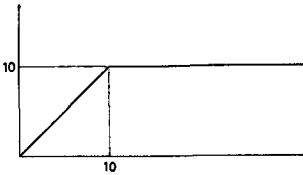


Fig.2 Loading condition

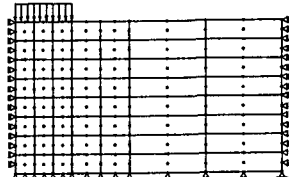


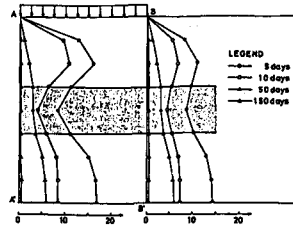
Fig.3 Finite element mesh and boundary condition

Table 1 Physical constants for Case A

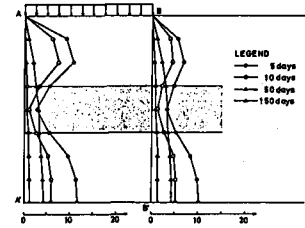
| Tensor's notation                           | Layer 1                   | Layer 2                   | Layer 3                   |
|---------------------------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| Young's Modulus $E(t)/\mu^2$                | 400                       | 700                       | 400                       |
| Poisson Ratio $\nu$                         | 0.3                       | 0.3                       | 0.3                       |
| Mass Density of Field $\rho_s(t)/\mu^3$     | 0.100                     | 0.100                     | 0.100                     |
| Permeability $k$                            | 0.001                     | 0.1                       | 0.001                     |
| Self Modulus of Soil Grains $k_s(t)/\mu^2$  | 0.1                       | 0.1                       | 0.1                       |
| Storage of Coefficient $C(\mu^2/\mu^2)$     | $\infty$ (Incompressible) | $\infty$ (Incompressible) | $\infty$ (Incompressible) |
| Permeability(Horizontal) $k_h(\mu^2/\mu^2)$ | $1.0 \times 10^{-10}$     | $0.1 \times 10^{-10}$     | $0.00 \times 10^{-10}$    |
| Permeability(Vertical) $k_v(\mu^2/\mu^2)$   | $1.0 \times 10^{-10}$     | $0.1 \times 10^{-10}$     | $0.00 \times 10^{-10}$    |

Table 2 Physical constants for Case B

| Tensor's notation                           | Layer 1               | Layer 2               | Layer 3                |
|---------------------------------------------|-----------------------|-----------------------|------------------------|
| Young's Modulus $E(t)/\mu^2$                | 400                   | 700                   | 400                    |
| Poisson Ratio $\nu$                         | 0.3                   | 0.3                   | 0.3                    |
| Mass Density of Field $\rho_s(t)/\mu^3$     | 0.100                 | 0.100                 | 0.100                  |
| Permeability $k$                            | 0.001                 | 0.1                   | 0.001                  |
| Self Modulus of Soil Grains $k_s(t)/\mu^2$  | 500                   | 500                   | 500                    |
| Storage of Coefficient $C(\mu^2/\mu^2)$     | $1.0 \times 10^{-10}$ | $1.0 \times 10^{-10}$ | $1.0 \times 10^{-10}$  |
| Permeability(Horizontal) $k_h(\mu^2/\mu^2)$ | $1.0 \times 10^{-10}$ | $0.1 \times 10^{-10}$ | $0.00 \times 10^{-10}$ |
| Permeability(Vertical) $k_v(\mu^2/\mu^2)$   | $1.0 \times 10^{-10}$ | $0.1 \times 10^{-10}$ | $0.00 \times 10^{-10}$ |



Case A



Case B

Fig.4 Dissipation of pore water pressure

4. おわりに 本報告で示したように、完全飽和された地盤における浸透応力連成場の支配方程式は、混合体理論によって合理的に導きだすことができる。さらに、不飽和領域を含む問題に対しても、混合体理論の立場より、固相、液相、気相の三相体として、本報告で示したと同様の手順によって、支配方程式を誘導することが可能であろう。

#### 参考文献

- 1).市川康明：増分弾塑性理論と岩質材料の破壊過程に関する基礎的研究，名古屋大学博士論文（1986）
- 2).山上拓男：浸透および圧密問題の数値解析に関する研究，京都大学博士論文（1982）
- 3).Truesdell,C.and Toupin,R.A:"The classical field theories,"in Principles of Classical Mechanics and Field theory,S.Flugge,ed.,Handbuch der Physik,Vol.1.III/1,Springer-Verlag,Berlin,pp.226-793
- 4).川口昌尚：浸透応力連成場における岩盤構造物の挙動の解析，名古屋大学修士論文（1986）