III-195　地下水浸透流解析モデルのパラメーター推定：同時推定と事前情報の利用

（株）竹中土木　正会員　森嶋　章
竹中技術研究所　正会員　本城　勇介

１．まえがき　著者らは実問題に適用しうる地下水浸透流解析モデルの逆解析プログラムの開発を目ざしている。今回の報告では，先に発表したadjoint state 法を利用して作成されたプログラムを用いて，透水量係数（T），貯留係数（S），流入量（Q）などのパラメータを同時に推定することの得損について，またこのときの事前情報の利用法について例題を用いて検討を行った。

本研究では逆問題の定式化は間接法（Yeh,1986）によっており，これは次の目的関数を最小化することを意味する。

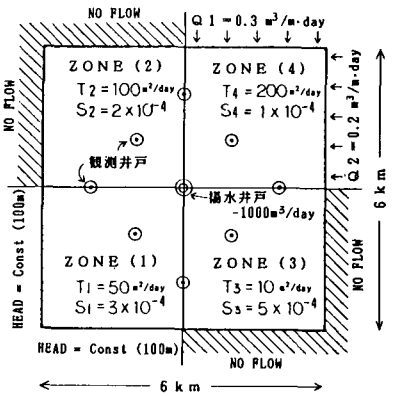
$$J(\underline{u}) = \sum_{k=1}^{K} \sum_{l=1}^{K} (h^k - h^{*k})^T (\rho_{kl} V_h)^{-1} (h^l - h^{*l}) + (u-u^*)^T V_u^{-1} (u-u^*) \quad (1)$$

なお，記号の定義については文献（１）を参照されたい。

図－１に今回設定した例題を示した。なお最小化計算における計算の打ち切り規準としては，共役勾配法におけるその前の探査方向で違したＪの値と，現在の探査方向で違したＪの値との差が，後者のＪの１％未満であるとき計算を打ち切るものとした。

また水頭の共分散行列（$\rho_{kl} V_h$）は単位行列と仮定した。

２．同時推定　まず事前情報を考慮せず（すなわち（１）式の第一項のみを用いて）T，S，Qの個別推定及び同時推定を行った。図２にこのとき考慮したパラメーターの初期値の組み合わせを示した。全部で 108ケースの計算を実施した。なおT，S，Qの初期値は，各ケースごとにすべての領域，境界で同一に設定した。また設定値は真値に近いものを中間として，それぞれ大き目及び小さ目の３種類である。



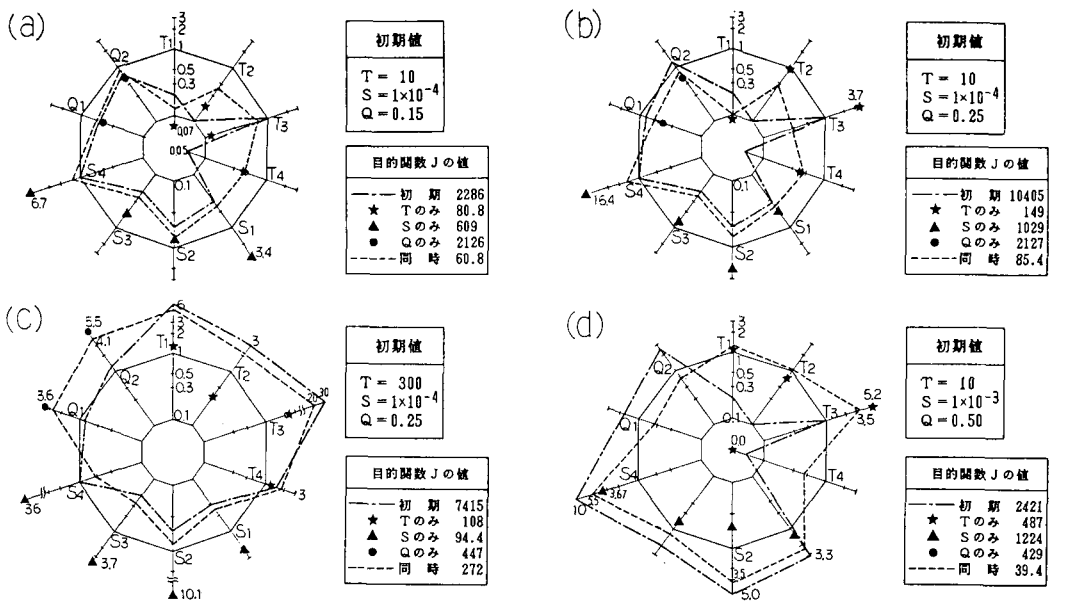
図－１　設定モデル

T m²/day	S	Q m³/m·day	推定方法
10	1×10⁻⁴	0.15	S，Qを固定しTのみ推定
100	3×10⁻⁴	0.25	T，Qを固定しSのみ推定
300	1×10⁻³	0.50	T，Sを固定しQのみ推定
			T，S，Qを同時推定

図－２　初期値の組み合わせ（全108ケース）

表－１　目的関数Ｊの計算結果

推定方法	平均	標準偏差
Tのみ推定	382.6	792.2
Sのみ推定	407.4	428.1
Qのみ推定	484.0	612.0
同時推定	119.8	134.2



図－３　代表的な同時推定の結果

表－１にそれぞれの個別推定及び，同時推定の場合の目的関数Ｊの値（これは水頭の二乗誤差に当る）の，各２７ケースに基づいて計算した平均値と標準偏差を示した。これより同時推定を行った場合のＪの平均値，標準偏差は共に小さく，全般的な同時推定の有効性を明確に示している。図－３に同時推定の代表的な例を，各推定値を真値によって正規化して示した。図中の正十角形が真値を示しており，各正規化された推定値は対数スケールでプロットされている。これより言えることは，

(1) 初期値が真値と隔たって設定された場合の個別推定は，推定値が著しく真値から隔たる場合がある。この傾向は特にＳで著しい((C))。

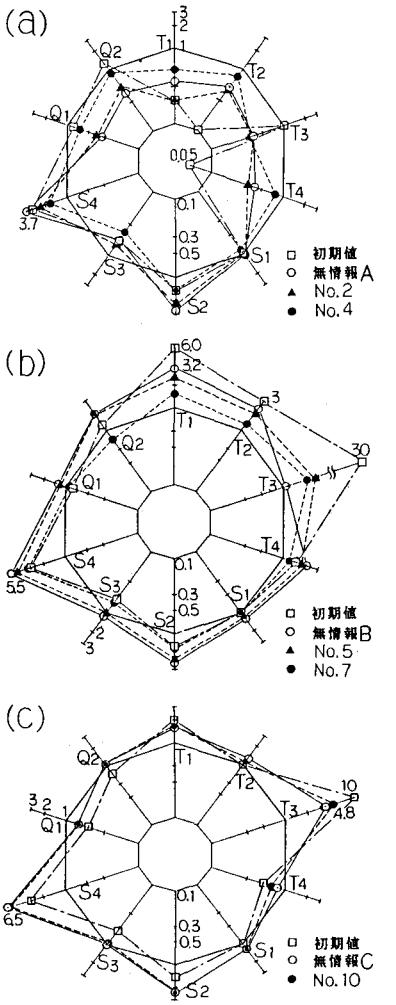
(2) 同時推定を行うとＳはあまり変化せず，ＴとＱが変化して最小化が行われる傾向がある。またＴあるいはＱの初期値の一方が過小(a)（または過大(C)）に設定されると，Ｔ，Ｑともに過小（または過大）に推定される。

(3) 一般に，同時推定はバランスのよい推定値を与えると考えられる(d)。しかし，少数の例外的ケースも存在した（(C)）。

３．事前情報の利用

実際に地下水浸透流解析モデルのパラメーター推定を行う場合，地盤調査結果や技術者の過去の経験より，それぞれのパラメーターの持つ不確実性は一様ではない。このような情報を事前情報と言い，推定に役立てることができる。各パラメーターの不確実性の度合は共分散行列 V_U で表される。ここでは，簡単のため各パラメーターは独立（従って V_U は対角要素のみの行列）であり，また各パラメーターの分散は変動係数によって表すものとする。

表－２に今回検討した13ケース及びこれに対応する無情報状態での同時推定例４ケースを示した。図－４には表－２中の代表的なケースを図－３と同様の形式で示した。図－４(a) より分かるように，Ｑの設定が真値に近くＴの設定が小さい場合，無情報状態で同時推定を行うと全体に過小な推定値を得る。しかし事前情報としてＱの変動係数を小さくしていくに従って，全体的な推定値は真値に近づいていく。図－４(b) でも同様の傾向が見られる。一方，図－４(C) は事前情報の効果がそれほど著しくなかった場合である。この原因としては，設定されたＴの値の１つが真値と大きく隔たっていたため，(1) 式第二項がかえって推定の障害になっているためと考えられる。すなわち当然のことであるが，真値に近い事前情報が与えられるほど良い推定結果が得られる。



図－４代表的な事前情報を用いた推定結果

表－２　事前情報を用いたパラメーターの推定結果

	No.	変動係数 T	S	Q	収束値 T1	T2	T3	T4	S1×10⁴	S2×10⁴	S3×10⁴	S4×10⁴	Q1	Q2	J*
初期値＼真値					50	100	10	200	3	2	5	1	0.3	0.2	
T=10 S=3×10⁻⁴ Q=0.25	A	—	—	—	18.1	46.5	3.7	77.6	3.15	5.51	2.89	3.74	0.097	0.082	78.3
	1	1.0	0.5	0.5	10.9	47.7	3.9	62.1	3.11	4.10	3.17	2.86	0.110	0.101	85.9
	2	5.0	0.5	0.5	9.7	44.5	3.6	68.1	3.08	4.44	3.15	2.45	0.115	0.104	90.3
	3	1.0	0.5	0.1	14.5	62.6	25.0	56.2	2.82	2.93	2.44	2.99	0.170	0.156	75.2
	4	5.0	0.5	0.1	25.5	74.8	3.4	152	2.58	2.90	2.15	1.76	0.201	0.175	21.1
T=300 S=3×10⁻⁴ Q=0.25	B	—	—	—	161	222	10.7	434	3.75	5.02	5.81	5.52	0.378	0.387	10.4
	5	1.0	0.5	0.5	127	205	28.1	355	3.58	4.39	5.21	4.71	0.370	0.382	7.5
	6	1.0	0.5	0.1	148	171	55.2	362	3.78	6.10	6.08	9.75	0.288	0.292	34.1
	7	1.0	0.1	0.1	76.0	125	21.0	247	3.07	3.17	3.37	3.30	0.273	0.277	12.0
	8	0.5	0.5	0.1	149	172	55.8	360	3.78	6.12	6.09	9.81	0.289	0.293	34.0
T=100 S=3×10⁻⁴ Q=0.15	C	—	—	—	77.7	127	35.3	161	3.57	4.94	5.16	6.47	0.206	0.212	28.3
	9	0.5	0.5	1.0	76.7	131	34.2	160	3.56	4.87	5.09	6.28	0.208	0.215	27.2
	10	0.1	0.5	1.0	81.3	109	48.2	135	3.54	4.81	4.80	6.22	0.209	0.214	35.3
	11	0.5	0.5	2.0	76.7	131	34.3	160	3.56	4.87	5.09	6.27	0.209	0.216	27.1
T=100 S=3×10⁻⁴ Q=0.50	D	—	—	—	73.1	151	8.9	300	2.95	2.96	3.07	2.55	0.301	0.309	3.7
	12	0.5	0.5	1.0	78.8	137	29.0	224	2.92	2.89	2.98	2.66	0.310	0.316	15.8
	13	0.1	0.5	1.0	98.9	160	96.3	136	3.01	3.03	3.06	3.00	0.414	0.429	79.4

＊（１）式第１項のみの値

(参考文献)

(1) 本城・森嶋(1987)"地下水浸透流解析モデルのパラメーター推定：迅速な感度行列の計算法" 土質工学会全国大会およびその引用文献