

III-186

確率有限要素法における空間的相関特性と要素分割

清水建設(株) 大崎研究室 正員 ○ 鈴木 誠
同 上 正員 石井 清

1. まえがき

確率有限要素法¹⁾は、地盤のもつ不確定性を考慮できる有効な解析法である。しかし地盤を確率場²⁾(random field)として扱うとき、①空間的な相関特性のモデル化、②確率場から要素の材料定数に変換する方法、③数値計算の効率化などの問題点がある。本研究は、①と②の関係により要素分割数が解の精度に与える影響について、シミュレーションによる確率有限要素法を用いて検討したものである。

2. 解析方法

確率有限要素法解析は、確率場のシミュレーションと有限要素法解析の2ステップで行う。2次元確率過程をシミュレートする方法としては、調和関数型モデル³⁾やAR/AR-MAモデル⁴⁾などがあるが、ここでは式(1)であたえられる調和関数型モデルを用いることとする。

$$X(u, v) = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m C_{k,l} \cos(\omega_k u + \phi_{k,l}) \cos(\omega_l v + \phi_l) \quad (1)$$

ここで、 $\phi_{k,l}$ と ϕ_l は0~2πの乱数であり、 ω_k と ω_l は次のようになる。

$$\begin{aligned} \omega_k &= (k-1)\Delta\omega_k \quad (k=1, 2, \dots, n) & \omega_l &= (l-1)\Delta\omega_l \quad (l=1, 2, \dots, m) \\ \Delta\omega_k &= 2\pi/(\Delta u \cdot N_x) \quad (N_x; x方向の個数) & \Delta\omega_l &= 2\pi/(\Delta v \cdot N_y) \quad (N_y; y方向の個数) \end{aligned}$$

また、空間的な相関特性のモデルに対しても種々の提案があるが、ここでは式(2)を用いる⁵⁾。

$$\rho = \exp[-\{(ax)^2 + (by)^2\}] \quad (2)$$

ここで、 a, b は相関特性の減衰の程度を決定するパラメータであり、以後相関パラメータと呼ぶ。今回は $a=0.2b$ とし、異方向性の確率場を想定した。 a が小さくするほど2地点間の相関性は強くなる。シミュレートする確率場は、地盤の弾性係数を対象に平均値500tf/m²、変動係数0.3である2次元の正規確率過程とした。

解析モデルは、図-1に示すように水平方向を固定された地盤の1点に、鉛直方向の集中荷重を作用させた平面ひずみモデルである。このモデルにおいて、要素分割数は2~20の間で変化させ、さらに a を5.0と0.5と変化させて、その影響を載荷点の鉛直方向変位の統計量に着目し検討した。また、確率有限要素法の試行回数は200回とし、確率場のサンプルから要素の弾性係数を求めるときには、三角形要素の頂点、辺の中央および重心の7か所を代表点として、その平均値で要素の弾性係数を定めている。

3. 解析結果

2次元確率過程のサンプルの一例を、図-2(相関パラメータ $a=5.0$)と図-3($a=0.5$)に示す。また、確率場は発生間隔を0.1きざみとし、 x 方向と y 方向の個数を1024×1024としたが、図-2、図-3にはその結果のうち50×50の範囲を示している。両者とも x 方向に比べて y 方向の相関性が大きいのは、確率場の異方向性を仮定したことによる。確率有限要素法の解析結果である載荷点の鉛直変位の平均値と変動係数を図-4、図-5に示す。有限要素法自体の要素分割数の問題を今回の検討から分離するために、図-4に弾性係数の平均値を用いた解析結果も合わせて示している。図-4より、要素分割数によらず空間的な相関性の強弱が平均値に与える影響は小さいことがわかる。図-5より、空間的な相関性が弱い場合($a=5.0$)は、空間的な相関性が強い場合($a=0.5$)に比べて、変動係数が小さくなる。これは空間的な相関性が弱いと各要素の弾性係数は要素間で互いに独立であるのに近くなり、変位が各要素のひずみの和で表現されるため、弾性係数の変動が平均化されるためである。また、空間的な相関性にかかわらず要素分割数を少なくすると、変動係数が小さくなる。これは要素分割数を少なくすると、要素内で弾性係数の平均化がはかられたためである。一般的に弾性係数の空間的な相関性が強いとき

には要素分割数を少なくしてもその相関性を容易に表現できるが、相関性が弱いときには要素分割数を多くしなければ相関性を表現することはできないと考えられる。しかし、相関性が強いときにも、要素分割数は変位の評価に強く影響することから、モデルに依存しない解をえるためには要素分割数を大きくとる必要がある。

4. まとめ

本研究より、Vanmarckeらが述べているように、要素の弾性係数の変動は確率場の変動に比べて小さくなることがわかった。また、今回のモデルでは $\alpha=5.0$ のときには4分割、 $\alpha=0.5$ のときには10分割すれば、要素分割数が変位の変動に与える影響が小さくなることが示唆できる。

参考文献

- 1) 鈴木 誠・石井 清：確率有限要素法による斜面安定解析，
土木学会論文集，第364号/III-4，1985.
- 2) Vanmarcke, E. H. ; Probabilistic Modeling of Soil Profiles,
J. Geotech. Eng. Div, ASCE, Vol.103, No.GT11, Nov. 1977.
- 3) Shinozuka, M. and Jan, C.-M. : Digital Simulation of Random
Processes and Its Applications, J. Sound Vibration, Vol.25, No.1, 1972.
- 4) Naganuma, T., Deodatis, G., Shinozuka, M. and Samaras, E. : Digital
Generation of Multidimensional Random Fields, 4th ICOSOR, 1985.
- 5) Tang, W.H. : Probabilistic Evaluation of Penetration Resistances,
J. Geotech. Eng. Div, ASCE, Vol.105, No.GT10, Oct. 1979..

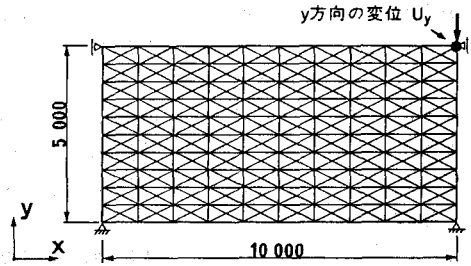


図-1 解析モデル (10分割)

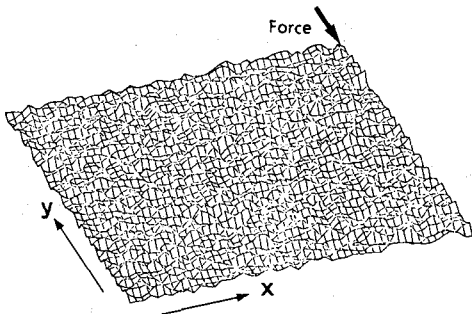


図-2 2次元確率過程のサンプル ($\alpha = 5.0$)

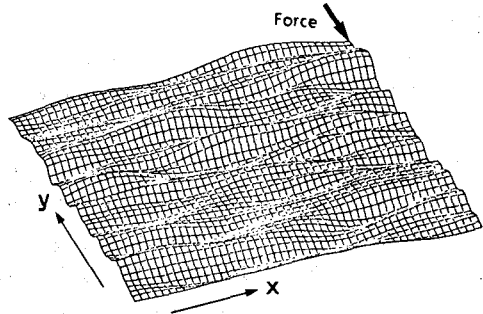


図-3 2次元確率過程のサンプル ($\alpha = 0.5$)

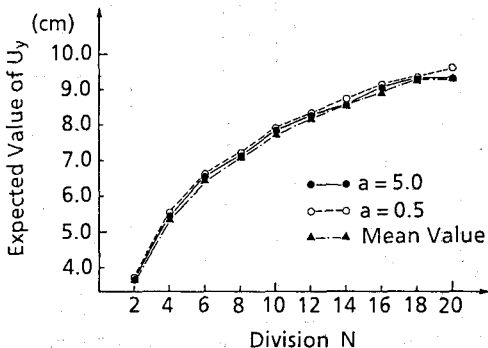


図-4 要素分割と変位の平均値

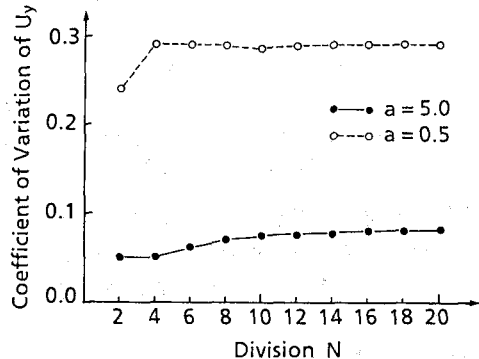


図-5 要素分割と変位の変動係数