

飛島建設（株）（正）○ 中原 博隆
 名古屋大学工学部（正） 京谷 孝史
 名古屋大学工学部（正） 市川 康明
 名古屋大学工学部（正） 川本 眺万

1. はじめに

岩盤における節理などの不連続面の分布を把握することは困難であるが、一般に岩盤には複数の節理群がそれぞれ方向性をもって混在しており、それらが岩盤の力学特性に大きな影響を及ぼしていることは明らかである。そのような分布不連続面に対して、損傷力学を適用することにより静的問題においては解析が行われている。そこで、この損傷場の考え方を動的問題にまで拡張し、不連続性岩盤の動的挙動に対する損傷動力学モデルを提案する。また正十六角形の石こう供試体を用いて行った弾性波試験の数値シミュレーションを行い、実験結果との比較により適用性を検討するとともに、減衰効果をRayleigh減衰と仮定し $\underline{C} = \alpha \underline{M}$ の形で表し、実験結果に合うような減衰定数 α を求めることも試みる。

2. 損傷場を導入した運動方程式の離散化

損傷力学理論の枠組みは、損傷場 $\underline{\Omega}$ の発展（不連続面群の進展）を考えなければ次の3点に要約される。

- (1) つり合い式は Cauchy 応力 $\underline{g}$ が満足する。
- (2) Cauchy 応力 $\underline{g}$ が $\underline{\Omega}$ によって実質応力 $\underline{g}^*$ に変換される。
- (3) 実質応力 $\underline{g}^*$ と損傷材料のひずみ $\underline{\varepsilon}$ の間に構成則（岩石の材料特性）が導入される。

動的問題に対する損傷動力学モデルは、この枠組みのもとで運動方程式を考え、その弱形式化を通して有限要素法離散化を施すことによって得られる。

一般に仮想仕事式は、

$$\int_V \rho \ddot{\underline{u}} \cdot \delta \underline{u} dV + \int_V \underline{\sigma} \cdot \delta \underline{\varepsilon} dV = \int_S \underline{t} \cdot \delta \underline{u} dS + \int_V \underline{f} \cdot \delta \underline{u} dV \quad (1)$$

であり、損傷場を導入した仮想仕事式は、 $\underline{g}^* = \underline{g} (\underline{1} - \underline{\Omega})^{-1}$ の関係より、

$$\int_V \rho \ddot{\underline{u}} \cdot \delta \underline{u} dV + \int_V \underline{\sigma}^* \cdot \delta \underline{\varepsilon} dV = \int_S \underline{t} \cdot \delta \underline{u} dS + \int_V \underline{f} \cdot \delta \underline{u} dV + \int_V \underline{\Psi} \cdot \delta \underline{\varepsilon} dV \quad (2)$$

となる。ここに、 $\underline{u}$ は損傷材料における変位場を表し、 $\underline{\Psi} = \underline{g}^* \cdot \underline{\Omega}$ である。そうして内部粘性減衰を考慮して構成関係を、 $\underline{\sigma}^* = \underline{D} \underline{\varepsilon}^* + \underline{C} \dot{\underline{\varepsilon}}^*$ とし離散化を行う。すると節点に関する連立微分方程式

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}}^* + \underline{C} \dot{\underline{U}}^* + \underline{K} \underline{U}^* = \underline{F} + \underline{F}^* \quad (3)$$

を得る。損傷効果は、静的問題と同様にき裂の存在による見かけの外力 $\underline{F}^*$ で表現される。

3. 数値解析手法

損傷場における運動方程式（3）を解く方法として直接積分法の陽的中心差分法を用いる。時間ステップ幅 Δt を一定とし $\ddot{\underline{U}}_n$ と $\dot{\underline{U}}_n$ を中心差分近似し運動方程式（3）に代入すると、

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2} \underline{M} + \frac{1}{2 \Delta t} \underline{C} \right) \underline{U}_{n+1}^* = \underline{F}_n + \underline{F}_n^* - \left(\underline{K} - \frac{2}{\Delta t^2} \underline{M} \right) \underline{U}_n^* - \left(\frac{1}{\Delta t^2} \underline{M} - \frac{1}{2 \Delta t} \underline{C} \right) \underline{U}_{n-1}^* \quad (4)$$

となる。（ n はステップ数） $\underline{U}_{n+1}^*$ を求めようとする際に $\underline{M}$ を集中質量マトリックス、 $\underline{C}$ は $\underline{C} = \alpha \underline{M}$ とし $\underline{M}$ と $\underline{C}$ の一次結合からなるマトリックスを対角化することによって陽的なスキームとした。また本方法は、条件安定であり解が安定であるためには $\Delta t \leq T_{\min} / \pi$ でなければならない。 $T_{\min}$ は $\underline{M} \ddot{\underline{U}} + \underline{K} \underline{U} = \underline{Q}$ の自由振動の最小周期である。

4. 一次元波動問題（D'Alembert 解との比較）

解析に用いた陽的中心差分法の精度を調べるために、一次元波動問題について D'Alembert 解と比較してみる。解析に用いた有限要素メッシュおよび初期変位を Fig. 1 に示し、材料定数はヤング率 $E=1.0 \text{ MPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.0$ 、密度 $\rho=10.0 \text{ kg/cm}^3$ とする。

$V_p=1.0 \text{ cm/sec}$ と $V_p=1/\sqrt{2} \text{ cm/sec}$ に対して Fig. 1 (a) の点 A における D'Alembert 解と損傷がない場合、損傷 $\Omega_{xx}=0.5$ とした場合の損傷モデルによる解、およびヤング率 $E=0.5 \text{ MPa}$ とした場合の通常解析の結果を Fig. 2 に示す。損傷 $\Omega_{xx}=0.5$ とした場合は、ヤング率 E を半分にした場合と一致し、分布き裂の影響を極めて妥当な形で評価し得ることが確かめられた。

5. 数値シミュレーション

石こう供試体の弾性波試験に対して解析モデルを Fig. 3 に示す。材料定数は動ヤング率 $E=2.4 \times 10^3 \text{ MPa}$ 、ポアソン比 $\nu=0.1$ 、単位体積重量 $\gamma=1.17 \text{ gf/cm}^3$ であり、大きさは長さ 26 cm 、厚さ 6 cm の正十六角形である。

Fig. 4 に、き裂の角度に対する各パターンの伝播速度 V' と、き裂がない場合の伝播速度 V との比の 2 乗の関係を示す。すると損傷モデルの解析結果は実験結果とよく一致しているが、き裂を陽に表現した場合の結果はやや遅めの結果が得られた。提案モデルによる解析で減衰定数 α を導入し、実験で用いた石こう供試体の減衰を評価するために実験結果と合うように α の値を選ぶことを試みた結果を Fig. 5 に示す。ここに A は、き裂がない場合の点 C での最大加速度応答値で、 A' は各パターンにおける点 C での最大加速度応答値である。減衰定数 α を $\alpha=8000 \text{ (1/sec)}$ とした場合が最も一致するように思われるが、実験結果と一致させようとするならば、き裂の角度によって減衰率が変わるように α をき裂の角度の関数として $Q=Q(\Omega)=\alpha(\theta)M$ のような形で与える必要がある。 α をこの形で決めようとする、その範囲は約 $5000 \sim 10000$ の間の値でありかなり広範囲の値となる。

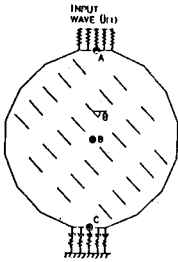


Fig. 3 Layout of model for analysis

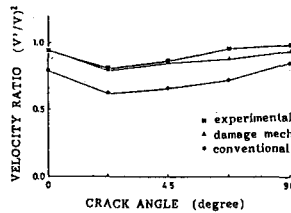


Fig. 4 Propagation velocity response of acceleration waves

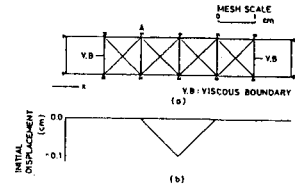


Fig. 1 Finite element mesh and initial displacement distribution for one-dimensional wave propagation problem

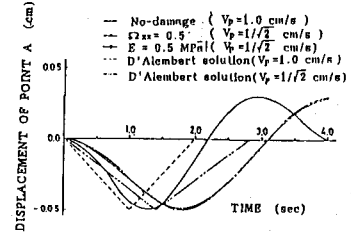


Fig. 2 Comparison of the numerical analysis results with the theoretical ones

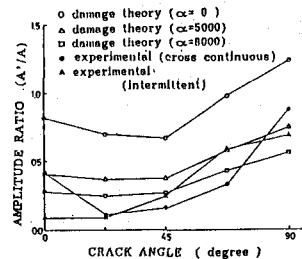


Fig. 5 Comparison of calculated results with experimental ones

6. おわりに

提案モデルを用いての一次元波動問題の解析結果は、分布き裂の影響を極めて妥当な形で評価し得ることが確かめられ、数値解析手法の正当性が確認された。また石こう供試体の弾性波速度試験の数値シミュレーションの結果は弾性波速度は実験結果と良い一致をみせ、応答振幅も減衰定数 α を導入することにより分布不連続面の減衰効果を表現することができる。

参考文献

- (1) T.KYOYA et al. A Damage Mechanics Theory for Discontinuous Rock Mass, 5th ICONMING, 1985
- (2) 鷲津久一郎ら. 有限要素法ハンドブック, 培風館 (1983)