

III-115 任意方向荷重を受ける粒状体モデルの解析

住友セメント	正員	○ 荒木 一司
東北大学工学部	正員	佐武 正雄
東北大学工学部	正員	岸野 佑次

1. まえがき

粒状体の微視的な変形機構を調べる上で、文献 1), 2) にあるようなシミュレーションを応用することは有効であると思われる。ところで、従来のような矩形領域の解析の場合、任意方向の歪制御を行おうとすると、主歪の方向によって境界の変形形状が異なることになる。従って、例えば、主軸回転を伴うような載荷を行うことには無理があると考えられる。そこで、境界の形状を楕円群に拘束した制御を行うことにより、上記の不都合を解消することにした。また、境界が歪だけではなく応力も合理的に伝達できるように、境界上にも粒子を配置した。本文は、この方法の概要とその応用例について示す。

2. 解析方法

本文は、図-1 に示したような円形粒子よりなる粒状体モデルを対象としている。与えられた荷重に対する領域内部の粒子の移動方法は文献 1), 2) 等と同様であるのでここでは省略し、境界の移動方法についてのみ説明する。いま、図-1 の境界上の粒子(同図では30個)に対して歪制御を行って変形させることを考える。境界上のある粒子の領域中心点からの変形前の位置ベクトルを x_i 、領域中心点を不動とする一様な歪が生じたときの変位増分を Δx_i とおくと、次式が成立する。

$$\Delta x_i = (A_{ij} - \delta_{ij}) x_j \quad (1)$$

ここに、 A_{ij} は線形変換の係数、 δ_{ij} は Kronecker のデルタである。一般に、 A_{ij} には反対称部分(回転)も含ませることができるが、以下では対称の場合のみを考える。この場合、

$$\Delta \varepsilon_{ij} = A_{ij} - \delta_{ij} \quad (2)$$

とおけば $\Delta \varepsilon_{ij}$ は歪の増分を表す。

次に、応力制御により載荷する方法について示す。ある変形段階において、領域の平均応力は次式により計算される。

$$\sigma_{ij} = \sum_B x_j F_j / A \quad (3)$$

ここに、 $\sum_B$ は境界粒子についての和、 A は図-1 の点線で示される領域内の面積である。また、 F_j は内部粒子より境界粒子に作用する接触力の反力、すなわち、外力である。 x_j については合力の作用点を厳密に評価して修正を行うことも可能であるが、ここでは省略する。応力増分 $\Delta \sigma_{ij}$ に対する変形の増分を微小と仮定すれば、 $\Delta \sigma_{ij}$ は次式で与えられる。

$$\Delta \sigma_{ij} = \sum_B x_j \Delta F_j / A \quad (4)$$

いま、内部の粒子を固定したまま境界粒子を Δx_i 移動(回転は零)させると、粒子間距離の変化に伴う接触力の変化は

$$\Delta F_j = k_{ij} \Delta x_j \quad (5)$$

と表すことができる。ここに、 k_{ij} は着目している境界粒子と内部粒子との間に設定した線形バネにより決定される剛性行列である。(1)~(5)式より次式を得る。

$$\Delta \sigma_{ij} = K_{ijkl} \Delta \varepsilon_{kl} \quad (6)$$

$$K_{ijkl} = \sum_B x_j k_{jR} x_R / A \quad (7)$$

上式は、 $\Delta \sigma_{ij}$ が与えられたときの $\Delta \varepsilon_{kl}$ に関する連立一次方程式となっているので、これを解くことにより、(1)式を介して境界に与えるべき変位が求まる。与えられた境界の変位に対しては内部粒子の平衡位置を逐次求めることになるが、内部粒子の移動により、 F_i の値も変化するので、所定の応力になるまで繰り返し計算を行う必要がある。

以上より、例えば、平均応力 σ_m 一定の歪制御試験(歪の主軸は x_1, x_2 方向とする)を行うためには、まず、 $\Delta \varepsilon_{11} = -\Delta \varepsilon_{22} = \Delta \gamma / 2$ として(1)式に従って境界粒子を移動させた後、内部粒子の平衡位置を求める。次に、(3)式によって σ_{ij} を求め $\Delta \sigma_{ij} = (\sigma_m - \sigma_{RR}) \delta_{ij}$ に対して、応力制御方式で境界を移動させ、 $\Delta \sigma_{ij} = 0$ となる平衡位置を見出せば良い。

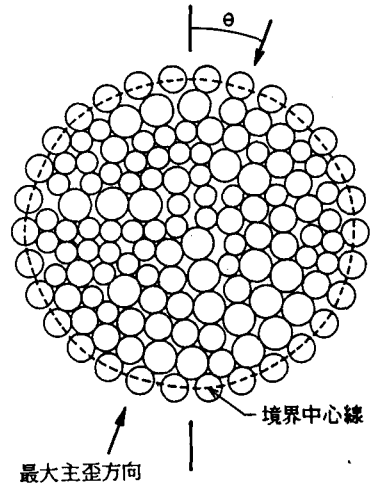


図-1 粒状体モデル

3. 解析の概要と考察

(1) 解析条件

図-1に示すパッキングについて解析を行った。粒径は8, 10, 12 mmで内部粒子総数は103個、面積比は1:1:1である。粒子間のバネ定数は、法線方向 6×10^7 dyn/cm, 接線方向 4×10^7 dyn/cm, 粒子間摩擦角 30° , 粒子密度 2.6 g/cm^3 とした。図-1は、せん断変形を与える前の初期状態であり、平均応力が 4×10^5 dyn/cm² になるように応力制御方式により等方圧縮を加えてある。この状態の間隙比は約0.24である。また、パッキングは中央付近に縦長の空隙が数個存在するやや異方的なものとなっている。この初期状態に対して、図-1に示す θ を 0° から 15° おきに 90° まで7種の方法において最大圧縮歪が生じるように平均応力一定の二軸せん断試験の解析を行った。

(2) 解析結果とその考察

図-2に解析結果の一例として $\theta = 0^\circ$ の場合の応力歪関係（図中の応力比は最大せん断応力/平均応力）を示す。図-3は θ の方向（この場合 $\theta = 0^\circ$ ）に対する応力主軸の傾きの変化である。このように、応力の主軸と歪増分の主軸（ $\theta = 0^\circ$ に固定されている）とが異なっているが、これは主に粒子数が少ないことに起因する不均一性の影響であろう。図-4は、初期状態及びピーク状態における接触力の分布図である。この図より、ピーク状態において水平方向を向いた接触面が極端に少なくなっていることが観察される。図-5と6には、各载荷方向に対する応力比の最大値と体積歪の最小値を示した。図-5のグラフで応力比が $\theta = 90^\circ$ において最も大きい理由は（1）にも述べたような異方性に起因するものと考えられる。また、砂や光弾性実験の場合と同様に $\theta = 60^\circ$ で最小値を示している³⁾。このように、円形粒子であっても異方的な配列により、力学的な異方性が観察されることが注目される。図-6より、体積歪は $\theta = 45^\circ$ の場合を最小とするような変化を示している。このように、同一の初期状態より出発しても初期密度が異なるかのような結果を示している。

4. あとがき

以上、境界形状を楕円群に拘束した粒状体モデルの解析法について述べ、応用例を示した。図-5 各载荷方向の最大応力比 図-6 各载荷方向の最小体積歪
このような解析方法は、特に任意応力経路の試験をシミュレートするのに有効であると思われる。今後、このような研究を進展させ、粒状体のマイクロメカニクス等について考察を進めたいと考えている。

参考文献

- 1) 岸野：粒子モデルによる液状化のシミュレーション，第22回土質工学研究発表会（1987）発表予定
- 2) 岸野：シミュレーションによる粒状体の散逸機構の解析，土木学会第42回年次学術講演会（1987）発表予定
- 3) J. Konishi, M. Oda & S. Nemat-Nasser：Inherent Anisotropy of Oval Cross-Section Rods, Mechanical Constitution of Granular Materials, 1982, pp.33-53

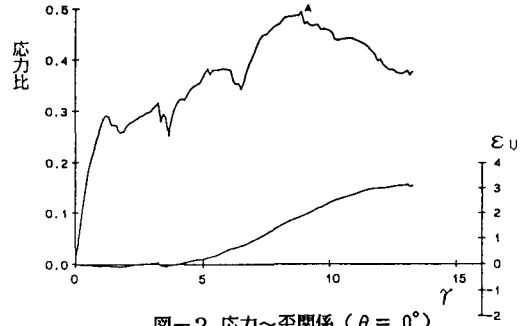


図-2 応力歪関係 ($\theta = 0^\circ$)

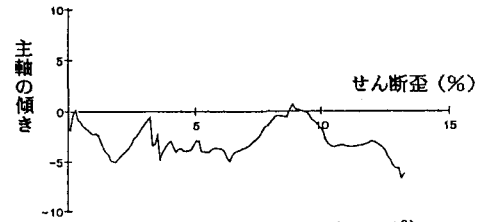


図-3 応力主軸の傾き ($\theta = 0^\circ$)

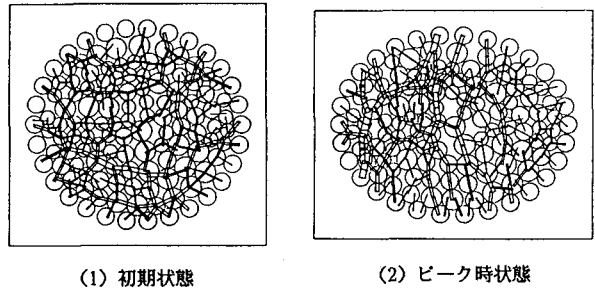


図-4 接触力の分布 ($\theta = 0^\circ$)

