

III-96

土のせん断試験における体積ひずみ-軸ひずみ曲線の一整理方法

東 海 大 学 正員 桜井 学 冬木 衛 宇都 一馬
飛島建設(株)技術研究所 正員 小野 洋 村上 清基 長谷川昌弘

1. まえがき

筆者らは、従来から指数関数系の数学モデル $y = a[1 - \exp\{-(x/b)^m\}] + c$ (1)式(ワイブル分布曲線)、 $y = a \cdot \exp\{-(x/b)^m\} + c$ (2)式(コーシー分布曲線)を用いて、土質基礎に関する種々の試験結果の主観を入れない整理および評価を行っている。各種の土のせん断試験のうち、3軸圧縮試験(CD試験)結果から得られた軟化型の主応力差-軸ひずみ曲線(以下では、 $\sigma - \varepsilon$ 曲線と表現する)に、(1)式において、 $m=1, c=0$ とした指数分布曲線と(2)式とを組み合わせた数学モデルを適用し、得られた回帰係数と側圧 σ_3 及び相対密度 D_r との関係について検討した結果について既に報告した。¹⁾なお、飽和型の $\sigma - \varepsilon$ 曲線はこの数学モデルの一部として取り扱うことができる。²⁾

今回の報告は、さらに上記試験から得られた体積ひずみ-軸ひずみ曲線(以下では、 $\varepsilon_v - \varepsilon$ 曲線と表現する)を取り扱ったものである。これに、軟化型の $\sigma - \varepsilon$ 曲線に用いたと同じ数学モデルを適用し、その結果得られた回帰係数と側圧 σ_3 及び相対密度 D_r の関係について整理し検討したものである。

2. 使用データ

使用したデータは、文献3)に発表したものであり、相対密度 D_r が95%, 83%および70%の供試体の3軸圧縮試験(CD試験)から得られたものである。側圧 σ_3 は2, 4, 6, 8 kgf/cm²の4段階で実施されている。この試験結果から得られた $\sigma - \varepsilon$ 曲線、 $\varepsilon_v - \varepsilon$ 曲線は、260数点の測定値からなり、これらのデータを10点おきにサンプリングしたものを解析に用いている。図-1はこれらのデータをプロットしたもので、 $\sigma - \varepsilon$ 曲線の実線は文献1)の、 $\varepsilon_v - \varepsilon$ 曲線の実線は4.で述べる解析結果を示したものである。

3. 体積ひずみ-軸ひずみ曲線の数学モデルとその回帰計算方法

$\varepsilon_v - \varepsilon$ 曲線の数学モデルは、(3)式で示される。(3)式では(1)式および(2)式の Y を体積ひずみ ε_v で、 x を軸ひずみ ε でそれぞれ置き換えている。

$$\varepsilon_v = a_1[1 - \exp\{-(\varepsilon/b_1)\}] - a_2 \cdot \exp\{-(\varepsilon/b_2)^m\} \quad (3)$$

(3)式には a_1, b_1, m, a_2, b_2 の5つの回帰係数が含まれるが、これらを同時に決定することは容易ではないため、実用的に、まず ①. 体積ひずみの正のピーク値(圧縮)までのデータに、(3)式の右辺第一項の指数分布曲線をあてはめ a_1, b_1 を求める。次に ②. ①で求められた指数分布曲線による $\varepsilon_v - \varepsilon$ 曲線の予測値と全実測値との差をとり、これに(3)式の右辺第二項のコーシー分布曲線をあてはめ a_2, b_2, m を求める。以上2つの手順を経て、(3)式の回帰係数を決定している。それぞれの回帰計算方法については文献4)を参照されたい。

4. 解析結果

図-1の解析結果は表-1に示した。表中の5つの回帰係数を用いて、(3)式により計算した結果を、図-1中に表示してある。解析の一例として、図-1のⅢ-4の測定値(表-2)に対する3.①、3.②の回帰計算結果をそれぞれ図-2、3に示してある。

5. 回帰係数 a_1, b_1, m, a_2, b_2 と側圧 σ_3 ならびに相対密度 D_r の関係

図-1に示すような複数の $\varepsilon_v - \varepsilon$ ひずみ曲線が、少数のパラメータによって一つの式で表現できれば非常に都合がよい。(3)式の5つの回帰係数は σ_3 および D_r と密接な関係がみられるので、 σ_3 および D_r を用いて現象の再現を試みた。

まず、表-2に示した5つの回帰係数(Y)と側圧 σ_3 (X)の関係を、一次式 $Y = \alpha + \beta X$ で回帰した結果を表-3の $X = \sigma_3$ の覧に示した。この結果を用いれば、図-1の $\varepsilon_v - \varepsilon$ 曲線が、側圧 σ_3 をパラメータとして表現できる。この結果を用いて $\varepsilon_v - \varepsilon$ 曲線を再現したものは、図-1に示した実線(実測値を基に回帰したもの)とほぼ一致する。(図省略)

更に、相対密度毎に得られたそれぞれの一次式の切片(α)および勾配(β)と D_r (X)の関係を、一次式 $Y = \gamma + \delta X$ で回帰した。この結果は、表-3の $X = D_r$ の覧に示してある。

これで、(3)式の5つの係数 a_1, b_1, m, a_2, b_2 が側圧 σ_3 と相対密度 D_r をパラメータとして表される。そして、これらの係数を(3)式に代入すれば、すべての $\varepsilon_v - \varepsilon$ 曲線が一つの式で表現されたことにな

る。この結果を用いて計算した $\varepsilon_v - \varepsilon$ 曲線を描いたものが図-4である。図-1との比較から、 $\varepsilon_v - \varepsilon$ 曲線の再現性は良好であることが分かる。ただし、本手法による(3)式の表現は、実験範囲内において成り立つものである。

6. まとめ

3軸圧縮試験結果から得られた体積ひずみ一軸ひずみ曲線に、指数分布曲線とコーシー分布曲線とを組み合わせた数学モデルを適用し、主観を入れずに曲線を定量化することが可能となった。その再現性は満足すべきものであった。自然地盤や特殊な地盤における試験データを対象とする場合にはこの手法の若干の修正が必要になるものと考えられる。

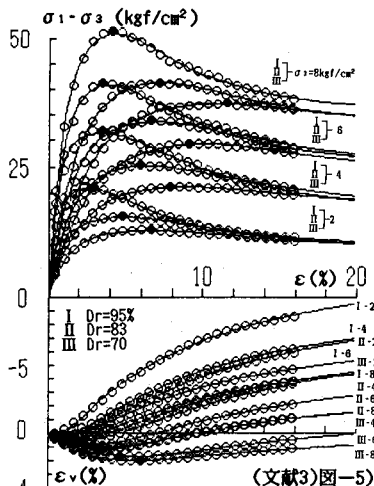


図-1 $\sigma - \varepsilon$, $\varepsilon_v - \varepsilon$ 曲線
(実測値と(3)式による解析結果)

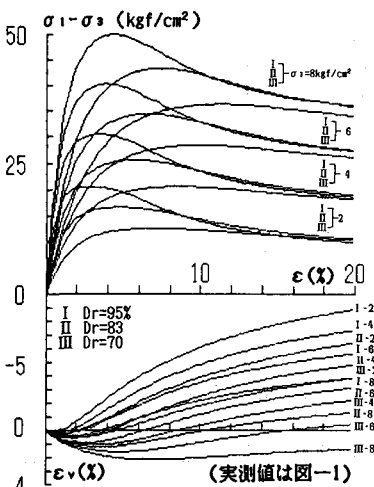


図-4 σ_3 と D_r から(3)式を用いて
計算した $\sigma - \varepsilon$, $\varepsilon_v - \varepsilon$ 曲線
(3)式の5つの係数を σ_3 と D_r で決定。
表-3の数値使用)

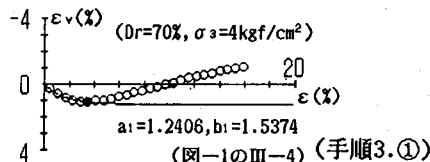


図-2 指数分布曲線のあてはめ

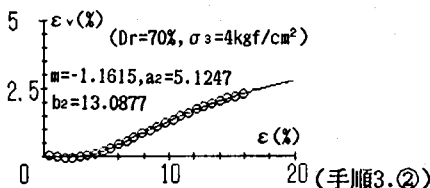


図-3 コーシー分布曲線のあてはめ

表-3 (3)式の実験係数 a_1, b_1, m, a_2, b_2 と
 σ_3 ならびに D_r との直線回帰

Y (=σ ₃)	X (=D _r)	X = σ ₃		X = D _r	
		Y = α + βX		Y = γ + δX	
		α	β	γ	δ
a ₁	95 83 70	-2.47×10 ⁻¹ -1.65×10 ⁻¹ 8.47×10 ⁻²	9.10×10 ⁻² 1.93×10 ⁻¹ 2.78×10 ⁻¹	α β	9.94×10 ⁻¹ -1.33×10 ⁻² 8.05×10 ⁻¹ -7.48×10 ⁻²
b ₁	95 83 70	-3.14×10 ⁻¹ -1.03×10 ⁻¹ 3.83×10 ⁻²	1.17×10 ⁻¹ 2.01×10 ⁻¹ 2.42×10 ⁻¹	α β	2.30 -2.80×10 ⁻² 5.98×10 ⁻¹ -4.98×10 ⁻²
m	95 83 70	-6.91×10 ⁻¹ -6.82×10 ⁻¹ -7.14×10 ⁻¹	-4.32×10 ⁻² -7.16×10 ⁻² -1.16×10 ⁻¹	α β	-7.75×10 ⁻¹ 9.60×10 ⁻⁴ -3.16×10 ⁻¹ 2.90×10 ⁻³
a ₂	95 83 70	1.75×10 ⁻¹ 1.59×10 ⁻¹ 1.05×10 ⁻¹	-1.32 -1.43 -1.11	α β	-8.45 -5.80×10 ⁻¹ -8.52×10 ⁻³
b ₂	95 83 70	7.76 1.26×10 ⁻¹ 1.17×10 ⁻¹	1.92×10 ⁻¹ 3.59×10 ⁻¹ 2.74×10 ⁻¹	α β	2.34×10 ⁻¹ -1.54×10 ⁻¹ 4.38×10 ⁻¹ -3.57×10 ⁻³

表-1 (3)式の実験係数 a_1, b_1, m, a_2, b_2 とこれらによって得られる
 $\varepsilon_v - \varepsilon$ 曲線の特徴値

試験 番号	試験条件		回 帰 係 数					体積ひずみのピーク値(+)と 対応する軸ひずみ				初期接 線勾配		ε _v 最終値
	D _r (%)	σ ₃	a ₁	b ₁	m	a ₂	b ₂	実測値		計算値		a ₁ /b ₁	a ₁ -a ₂	
								ε _v	ε _h	ε _v	ε _h			
I-2	95	2	0	0	-0.7624	15.5095	7.7730	0.017	0.479	0	0	-	-15.51	
I-4	95	4	0	0	-0.9066	11.3255	8.9646	0.145	0.438	0	0	-	-11.33	
I-6	95	6	0.3389	0.4596	-0.9063	9.2808	9.1407	0.299	0.986	0.298	1.131	0.737	-8.94	
I-8	95	8	0.4935	0.6273	-1.0499	7.4177	8.5914	0.449	1.634	0.439	1.586	0.787	-6.92	
II-2	83	2	0.1978	0.1615	-0.8476	13.0691	11.2973	0.198	1.100	0.195	0.786	1.224	-12.87	
II-4	83	4	0.6385	0.9083	-0.9445	10.2876	13.9921	0.562	2.273	0.550	2.103	0.703	-9.65	
II-6	83	6	0.9365	1.0893	-1.0940	6.8870	12.7517	0.904	2.893	0.884	2.775	0.915	-5.89	
II-8	83	8	1.3634	1.4380	-1.2752	4.6857	11.4717	1.211	3.492	1.194	3.504	0.948	-3.33	
III-2	70	2	0.5606	0.6743	-0.9907	8.9790	11.2927	0.508	1.718	0.503	1.773	0.831	-8.42	
III-4	70	4	1.2406	1.5374	-1.1615	5.1247	13.0877	1.073	3.438	1.063	3.547	0.807	-3.88	
III-6	70	6	1.9099	2.0435	-1.3011	3.5232	15.5840	1.594	4.729	1.702	5.363	0.935	-1.92	
III-8	70	8	2.1923	2.1205	-1.7143	2.0200	12.2850	2.010	5.976	1.967	5.941	1.034	0.17	

参考文献 1) 宇都・冬木・桜井・長谷川・村上・小野;土のせん断試験における応力一軸ひずみ曲線(軟化型)の一整理方法,第22回土質工学会発表会,1987. 2) 宇都・冬木・桜井・吉井;土のせん断試験における応力一軸ひずみ曲線の一整理方法,土木学会第41回年次学術講演会,1986. 3) 長谷川・村上・関・佐野・小野;多段三軸試験での粗粒材料の強度特性について,粗粒材料の変形・強度特性とその試験法に関するシンポジウム,土質工学会,1986. 4) 宇都・冬木・桜井;指数関数系の回帰式のまとめ,第21回土質工学会発表会,1986.