

III-19

改良限界釣合法の誘導と近似による誤差

大阪市立大学工学部 正 望月秋利 学 藤田哲治
基礎地盤コンサルタンツ(株) 正 勝田守文

1. まえがき 筆者らはすでにスウェーデン法、簡易ビショッブ法、ヤンプ法、モルゲンステルン・ブライス法等のいわゆるスライス分割による斜面の安定計算法が高次の不静定問題であるため、何らかの仮定によって静定化して解かれていることを示し、また「改良限界釣合法」、「ヤンプ・h/3法」と名づけた2つの新しい安定計算法を提案した⁽¹⁾。しかし、前者の計算法は解を収束させることが容易でなく、式の誘導過程で2箇所の近似を行っている。その内1箇所については計算プログラムに改良を加え、厳密式のままで解くことができた。

本報告ではまず改良限界釣合法の誘導を示し、次いで厳密にした式と近似のままの式による解を比較して、誤差について検討した結果を示す。

2. 改良限界釣合法の誘導 図-1は斜面のすべり土塊内から取り出した1つのスライスに働く力を示したものである(文中の記号はこの定義に従う)。各スライスのすべり面に働く垂直応力 N はそれぞれのスライスの重心を通る鉛直な線とすべり面の交点 m に、また間隙水圧の合力 U と E および地震力 $k_H \cdot W$ はそれぞれの応力分布の重心を通る位置に作用するものとした。

基本となる釣合式は、①すべり面方向の力の釣合、②すべり面に垂直な方向の力の釣合い、③ N の作用点 m に関するモーメントの釣合の3式で、これらを釣合基本式と呼ぶ。この内③のモーメント式は後に示す近似に関係するので、式(1)として以下に示す。

$$\begin{aligned} V = & -H \tan \beta_1 - \Delta H \cdot h_1 / b + E \{ (h_{s1} - h_{sr}) / b - \tan \alpha \} \\ & - \Delta E \{ h_{sr} / b + (1 - \zeta) \tan \alpha \} + U \{ \zeta - \xi \} / \cos \alpha \\ & - k_H \cdot W \{ h_K / b - \zeta \cdot \tan \alpha \} \\ & - \Delta V \{ 1 - \zeta \} + \Delta H \{ \zeta \cdot \tan \alpha - \tan \beta_1 \} \end{aligned} \quad (1)$$

さらに安全率式($F_S = S_f / T$)とクーロン則を用いる。これらから水平方向のスライス間力差 ΔH は、

$$\begin{aligned} \Delta H = & \frac{c \cdot b + (W - \Delta V - U \cos \alpha) \tan \phi}{F \{ \cos^2 \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \tan \phi / F \}} \\ & - \Delta E - k_H \cdot W - (W - \Delta V) \tan \alpha \end{aligned} \quad (2)$$

さらに、

$$\Sigma \Delta H = 0 \quad (3)$$

安全率がどのスライスでも等しいとすると

$$F = \frac{\Sigma \{ \frac{c \cdot b + (W - \Delta V - U \cos \alpha) \tan \phi}{\cos^2 \alpha + \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \tan \phi / F} \}}{\Sigma \{ \Delta E + k_H \cdot W + (W - \Delta V) \tan \alpha \}} \quad (4)$$

が導かれる。すべり土塊両端部の境界条件(6条件)を満足し、さらに式(4)の右辺と左辺の安全率が等しく、かつ3つの釣合基本式を満足するものが解である。しかし $n-1$ 次不静定(n はスライス数)となっているため、このままでは解くことはできない。そこで静定化のために、

$$\Delta V / \Delta H = -\tan \beta_1 \quad (5)$$

を仮定した。ここに ΔV と ΔH の合ベクトルは各スライスの滑動抵抗力の過不足分を表わす「余剰滑動力」と名づけた内力ベクトルで、仮定は「余剰滑動力の方向がスラスト線の方向に一致する」という内容である。 $n-1$ 個の条件式となるので、基本的に解が得られる。しかし実際に計算を進めると解を収束させることが難しく、以下に示す2つの近似を行った。

第1の近似は、式(2)の両辺に $\cos \alpha$ を乗じて左辺がゼロ、すなわち式(3)のかわりに

$$\Sigma \Delta H \cdot \cos \alpha = 0 \quad (6)$$

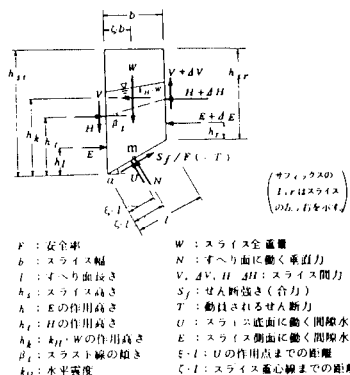


図-1 スライスに働く力

を用いる。この近似を用いる方法を「近似法」と呼び、式（4）をそのまま用いる方法をここでは「厳密法」と呼ぶ。第2の近似は、「式（1）中のアンダーラインで示した部分を無視する」方法で、ヤンプが用いたものである²⁾。これを無視しない場合、式（5）の仮定のもとでは両端のスライスにおいて $\tan \alpha = \tan \beta$ 、すなわち「スラスト線がすべり面に一致する」という拘束条件となり、適切なスラスト線とはならない。これはスラスト線がすべり土塊の両端を通るという前提に問題があると考えているが、今回は検討していない。

3. 計算例と近似による誤差 均質な単純斜面（図-2 参照）について、改良限界釣合法でそれぞれ「近似法」と「厳密法」によって表-1 に示す計4 ケースの比較計算を行った。表中 ΔB は収束許容誤差と名づけた、「式（5）で与えられる勾配と h_{t1} 、 h_{t2} で決まる勾配の差の絶対値」で定義される解の収束判定のための基準値で、 ΔB_E は右端のスライス（計算の最終スライス）の値である。図-2 は case 1（厳密法）、2（近似法）のスライス間力と余剰滑動力の分布を示したものである。スライス間力は case 2 の方がり尻のスライス①に加わる力は小さく、スライス①の抵抗側の受け持つ余剰滑動力も case 1 に比べて小さい。安全率は case 2 の方が case 1 よりも約 4 % 大きい。図-3 は case 1、2 の h_t/h_s 、 $\tan \beta$ 、 H および V 、余剰滑動力の分布を示したものである。さらに比較のため case 4（近似法、case 1、2 よりも収束許容誤差が小さい）の結果も併せて示した。case 1 と 2 を比べると h_t/h_s 、 $\tan \beta$ にほとんど差は認められないが、スライス間力 (H 、 V)、余剰滑動力は case 2 の方が case 1 よりもやや小さい。case 4 のスライス間力作用高さは case 1 よりも高く、スライス間力、余剰滑動力はやや小さい。スライス間力、余剰滑動力は case 2 の結果とほとんど差がない。安全率は case 1 よりも 3.5 % 大きい。厳密法と近似法による差は α が大きくなる場合、すなわちすべり面が深いようなケースではここで示したよりももう少し大きくなると推定されるが、収束計算の容易な近似法でも実用上大きな問題とはならないと考えて良いようである。また、近似法であっても収束許容誤差を小さくするとスライス間力の作用位置に若干の差が生ずるが、安全率は厳密法の結果に近づき、あまり問題はなさそうである。

表-1 比較計算表

case	計算法	ΔB	ΔB_E	安全率
1	厳密法	0.2	0.3	1.327
2	近似法	0.2	0.3	1.387
3	厳密法	0.01	0.01	収束せず
4	近似法	0.01	0.01	1.374

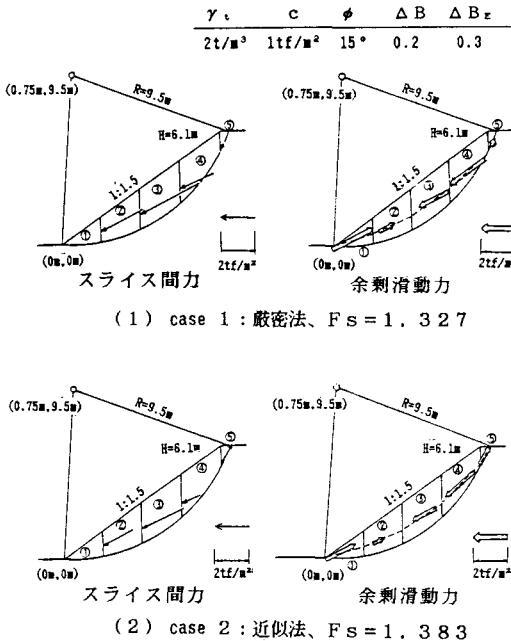


図-2 スライス間力、余剰滑動力の分布

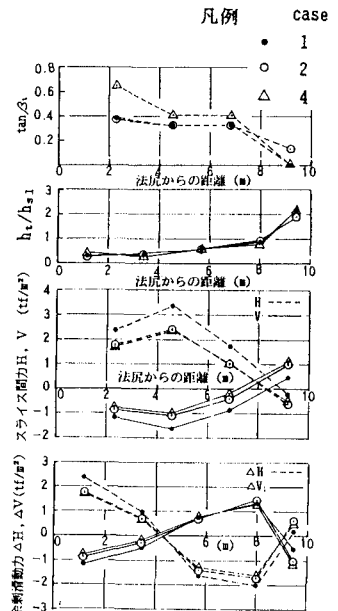


図-3 スライスに働く力と分布

4. まとめ 解の収束が容易でないようなケースでは、収束許容誤差を大きくしても厳密法で解く方が良いか、あるいはその逆に前者をできるだけ精度を上げて近似法で解く方が良いかは、判断に悩むところである。いずれにしても両者の安全率の差は数 % 程度以下と推定され、スライス間力の分布にも大きな違いはないと考えてよさそうである。

参考文献 1) 望月他：2つの斜面安定計算法の提案、土木学会論文集、vol3、pp.261-270、1986 2) Janbu N: Earth Pres. and Bearing Cap. Cal. by Generalized Procedure of Slices、4th ICSMFE、vol2、pp.79-93、1965