

III-1

対数らせり線による支持力解析

愛知工業大学・工学部 成田 国朝
東京電機大学・理工学部 山口 柏樹

1. はじめに

Kötter式を解く厳密な支持力解析法が実用面で必ずしも有効でないことから、すべり線を予め円弧や対数らせり線と仮定して限界つり合いから支持力を求める近似解法が各種提案されている。これらは、主働・受働域を直線で表し過渡域に対数らせり線をあてはめるTerzaghi解に代表されるが、円弧すべり解法や、その修正として過渡域のみ円弧とする複合すべり線に対する分割計算法¹⁾なども同程度の良好な結果を得ている。本研究は、すべり線を1本の対数らせり線で表現したときの支持力解析法を示し、支持力係数に関して従来値と比較検討した結果を報告するものである。本法は単に解析手続きが簡略であるだけでなく、傾斜荷重や偏心荷重時の支持力算定に容易に発展し得る利点を有している。

2. 対数らせり線による支持力解析

図-1で基礎(幅 $2b$)の一端 a を通り点 O を極とする対数らせり線 $a-e$ がすべり線であると考え。 $\mu = \tan \phi$ 、 $Oa = r_0$ として、対数らせり線の方程式は次式で与えられる。

$$r = r_0 \exp(\theta \mu) \quad \dots (1)$$

r_0 と基礎面からの傾角 α を指定することにより極 O の位置とすべり線の形が定まるが、すべり線他端 e における ω と α の間には

$$\exp(\omega \mu) = \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha + \omega)} \quad \dots (2)$$

の関係が成り立つ。

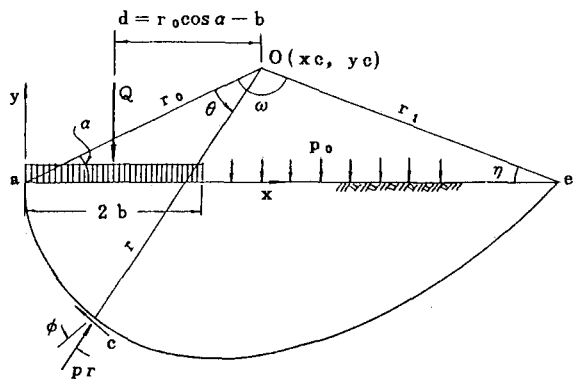


図-1 対数らせり線

(1) 粘着力項 (N_c): 点 O 回りの粘着力に関するモーメントつり合いを考えると

$$\int_0^{\omega} c r^2 d\theta = \frac{c r_0^2}{2 \mu} \{ \exp(2 \mu \omega) - 1 \} = Q_c \times d \quad \dots (3)$$

を得る。上式を Q_c について解いて最小値を求めればよい。 $Q_c = Q_c(r_0, \alpha)$ であるから、最小値を与える r_0 は $\partial Q_c / \partial r_0 = 0$ より $r_0 = 2b / \cos \alpha$ となる。これを Q_c の式に再代入して支持力係数 N_c を求めると

$$N_c = \frac{Q_c}{2b \cdot c} = \frac{\{ \exp(2 \mu \omega) - 1 \}}{\mu \cos^2 \alpha} \quad \dots (4)$$

(2) 表面荷重項 (N_q): モーメントつり合いは

$$(p_0/2) \{ (r_1 \cos \eta)^2 - (r_0 \cos \alpha - 2b)^2 \} = Q_q \times d \quad \dots (5)$$

となる。これを Q_q について解いて $\partial Q_q / \partial r_0 = 0$ とすると上と同じ r_0 を得、 N_q の表示式は

$$N_q = \frac{Q_q}{2b \cdot p_0} = \exp(2 \mu \omega) \frac{\cos^2(\alpha + \omega)}{\cos^2 \alpha} \quad \dots (6)$$

(3) 自重項 (N_γ): すべり線と2つの動径 Oa , Oe で囲まれる扇形部分のモーメントを $M_\gamma(s)$ 、 ΔOae 部分のモーメントを $M_\gamma(\Delta)$ とすると

$$M\gamma(s) - M\gamma(\Delta) = Q\gamma \times d \quad \dots (7)$$

であり、各モーメントは右回りを正として次式で表される。

$$M\gamma(s) = - \int_0^{\omega} \frac{\gamma r_0^3}{3} \cos(\alpha + \theta) d\theta = - \frac{\gamma r_0^3}{3} \int_0^{\omega} \exp(3\mu\theta) \cos(\alpha + \theta) d\theta \quad \dots (8)$$

$$M\gamma(\Delta) = \frac{\gamma r_0^3}{6} \{ \exp(3\mu\omega) \cos^2(\alpha + \omega) \sin(\alpha + \omega) - \cos^2\alpha \sin\alpha \}$$

積分を実行して式(7)を $Q\gamma$ について解き $\partial Q\gamma / \partial r_0 = 0$ とすると $r_0 = 3b / (2\cos\alpha)$ となる。これを $Q\gamma$ の式に再代入して整理すると、 $N\gamma$ の表示式として次式が得られる。

$$N\gamma = \frac{Q\gamma}{2b \cdot \gamma b} = - \frac{2\gamma}{48} \left\langle \right\rangle \frac{1}{\cos^3\alpha} \quad \dots (9)$$

ただし

$$\left\langle \right\rangle = \frac{2}{1 + 9\mu^2} [\exp(3\mu\omega) \{ 3\mu \cos(\alpha + \omega) + \sin(\alpha + \omega) \} - 3\mu \cos\alpha - \sin\alpha] + \exp(3\mu\omega) \cos^2(\alpha + \omega) \sin(\alpha + \omega) - \cos^2\alpha \sin\alpha$$

3. 計算結果と考察

図-1のように点aを原点として極Oの位置を $O(xc, yc)$ と表すと、上より Nc, Nq については $xc = 2b$ 、 $N\gamma$ については $xc = 1.5b$ である。したがって、実際の計算では $yc(\sim\alpha)$ のみを適当に変え、 ω を式(2)より求めながら式(4),(6),(9)の最小値を求めていけばよい。

表-1はこれらの計算結果を Terzaghi解(T)および Caquot・Kerisel解²⁾(C)と比較したものである。表から、 Nc, Nq については従来解(特に Terzaghi解)と良く対応するが、対数ら線による $N\gamma$ は $\phi = 20^\circ$ を超えるとかなり過大評価の傾向があることが知れる。しかし、実際問題においては、砂地盤では Nq の効果が、粘土地盤では Nc の効果が圧倒的に大きいので、後者のことは実用的にはあまり問題にならないと考えられる。

表-1 支持力係数の比較

ϕ (°)	Nc			Nq			N γ		
	本法	T	C	本法	T	C	本法	T	C
5	7.09	7.32	6.49	1.62	1.64	1.57	0.38	0.0	0.45
10	9.31	9.64	8.35	2.64	2.70	2.47	1.27	1.2	1.22
15	12.53	12.8	10.98	4.36	4.44	3.94	3.19	2.4	2.65
20	17.39	17.7	14.83	7.33	7.48	6.40	7.32	4.5	5.39
25	25.02	25.0	20.72	12.67	12.7	10.66	16.52	9.2	10.88
30	37.60	37.2	30.14	22.71	22.5	18.40	38.07	20.0	22.40
35	59.65	57.8	46.12	42.77	41.4	33.30	92.48	44.0	48.03
40	101.3	95.6	75.31	86.01	81.2	64.20	243.9	114	109.4
45	187.9	172	133.9	188.9	173	134.9	724.4	320	271.8

4. あとがき

すべり線を対数ら線で表現した支持力解析法を示し、 Nc, Nq については従来解との良い一致をみた。今後は本法の特徴を生かし、傾斜荷重や偏心荷重時の支持力解析への応用を考えていきたい。

参考文献: 1)今泉・山口(1986): S & F, Vol.26, 2) Vesic, A.S.(1974): Foundation Engineering